

„EUROELEKTRA”
Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej
Rok szkolny 2010/2011
Odpowiedzi do zadań dla grupy elektrycznej na zawody III. stopnia

Zadanie 1

Dobierz moc silnika elektrycznego prądu stałego wzbudzanego magnesami trwałymi o napięciu znamionowym $U_N = 120 \text{ V}$ oraz wyznacz prąd pobierany z sieci przez ten silnik, jeżeli napędza on pompę, która w ciągu 2 godzin ma przepompować objętość $V = 60 \text{ m}^3$ wody na wysokość $h = 20 \text{ m}$. Należy przyjąć, że sprawność pompy $\eta_p = 0,8$, sprawność rurociągu $\eta_r = 0,7$ i sprawność silnika $\eta_s = 0,8$.

Odpowiedź do zadania 1:

Energia potrzebna do przepompowania wody o objętości $V = 60 \text{ m}^3$, czyli masy $m = 60 \cdot 10^3 \text{ kg}$, na wysokość $h = 20 \text{ m}$ jest równa

$$A = \frac{mgh}{\eta_r} = \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 20}{0,7} = 16,8 \cdot 10^6 \text{ J} . \quad (1.1)$$

Energia, która musi być dostarczona do pompy, wyniesie

$$A_p = \frac{A}{\eta_p} = \frac{16,82 \cdot 10^6}{0,8} = 21,0 \cdot 10^6 \text{ J} . \quad (1.2)$$

Ponieważ czas pompowania jest równy $t = 2 \text{ h} = 7200 \text{ s}$, a więc moc na wale pompy wyniesie

$$P = \frac{A_p}{t} = \frac{21,0 \cdot 10^6}{7200} = 2,92 \cdot 10^3 \text{ W} . \quad (1.3)$$

Dobieramy silnik o mocy 3kW.

Moc pobierana z sieci wyniesie

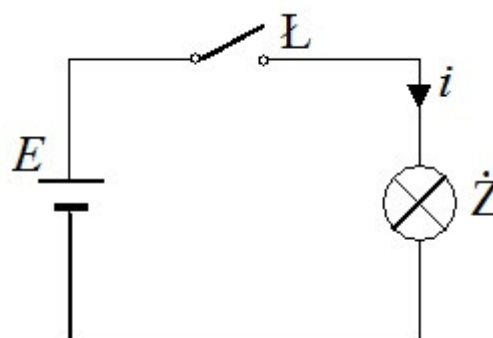
$$P_1 = \frac{P}{\eta_s} = \frac{2,92 \cdot 10^3}{0,8} = 3,65 \text{ kW} \quad (1.4)$$

a zatem prąd pobierany z sieci będzie równy

$$I = \frac{P_1}{U} = \frac{3,65 \cdot 10^3}{120} = 30,4 \text{ A} . \quad (1.5)$$

Zadanie 2

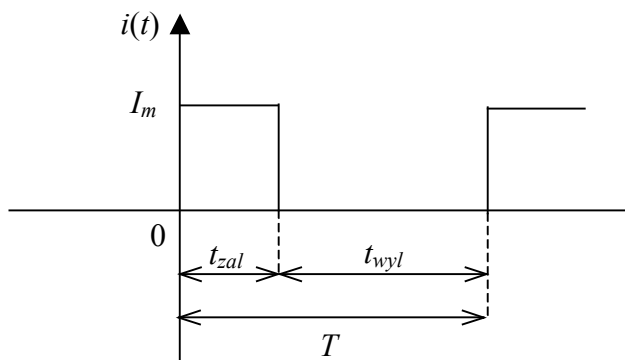
Aby umożliwić zasilanie żarówki samochodowej o mocy znamionowej 45 W i napięciu znamionowym 12 V ze źródła o napięciu $E = 24 \text{ V}$, zastosowano idealny łącznik Ł (rys. 2.1). Łącznik pracuje cyklicznie ze stałym okresem T . Wyznacz współczynnik wypełnienia D impulsów sterujących łącznik, to znaczy stosunek czasu załączenia łącznika t_{zal} do okresu jego pracy $T = t_{\text{zal}} + t_{\text{wyl}}$, czyli sumy czasu załączenia i czasu wyłączenia łącznika. Przyjmij, że okres pracy łącznika T jest dużo mniejszy od stałej czasowej nagrzewania włókna żarówki.



Rys. 2.1

Odpowiedź do zadania 2:

Zastosowanie łącznika powoduje, że prąd i w obwodzie żarówki ma kształt jak na rys. 2.2.



Rys. 2.2

Współczynnik wypełnienia określa zależność (2.1)

$$D = \frac{t_{zal}}{T} \quad (2.1)$$

Aby żarówka pracowała w warunkach znamionowych, wartość skuteczna prądu $i(t)$ musi być równa prądowi znamionowemu żarówki I_{zn} .

Wartość skuteczną prądu I_{sk} obliczamy na podstawie definicji

$$I_{sk} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (2.2)$$

Zgodnie z rys. 2.2 możemy zapisać:

$$I_{sk} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{t_{zal}} I_m^2(t) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2 \cdot t_{zal}}{T}} = I_m \sqrt{D} \quad (2.3)$$

A zatem współczynnik wypełnienia wynosi

$$D = \frac{I_{sk}^2}{I_m^2} = \frac{I_{zn}^2}{I_m^2} \quad (2.4)$$

Na podstawie danych znamionowych żarówki obliczamy

$$I_{zn} = \frac{P_{zn}}{U} = \frac{45}{12} = 3,75 \text{ A}$$

$$I_m = \frac{E}{R_z} = \frac{E \cdot I_{zn}}{U} = \frac{24 \cdot 3,75}{12} = 7,5 \text{ A},$$

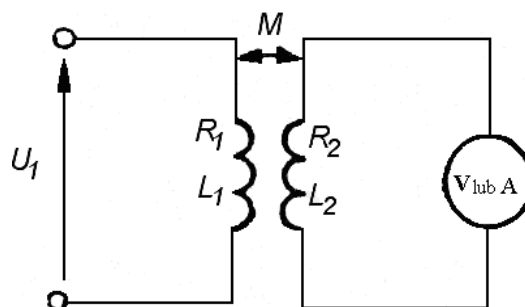
czyli

$$D = \frac{3,75^2}{7,5^2} = 0,25.$$

Stąd wniosek, że łącznik ma być zamknięty przez $\frac{1}{4}$ okresu impulsowania T .

Zadanie 3

Do transformatora powietrznego doprowadzono napięcie sinusoidalne o wartości skutecznej 100 V (rys. 3.1). Parametry uzwojeń transformatora są następujące: $R_1 = 30 \Omega$, $X_{L1} = 40\Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $X_{L2} = 90 \Omega$. Współczynnik sprzężenia $k = 0,5$. Uzwojenie wtórne obciążono idealnym woltomierzem ($R_v \rightarrow \infty$), a następnie idealnym amperomierzem ($R_a = 0$). Wyznaczyć wskazania obu mierników.



Rys. 3

Odpowiedź do zadania 3:

W rozwiązaniu zadania 3 zastosowana została metoda liczb zespolonych. Oznaczenia przyjęte w przedstawionym rozwiązaniu zadania 3 są następujące: podkreślone duże litery z indeksami, np.: $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_1, \underline{I}_2$, oznaczają zespolone wartości skuteczne odpowiednich napięć i prądów, duże litery z indeksami bez podkreślenia np.: U_1, U_2, I_1, I_2 oznaczają wartości skuteczne odpowiednich napięć i prądów.

Ogólne równania podstawowe dla transformatora powietrznego są następujące:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 jX_M \quad (3.1)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{I}_1 jX_M \quad (3.2)$$

$$X_M = k\sqrt{X_{L1}X_{L2}} = 0,5\sqrt{40 \cdot 90} = 30 \Omega \quad (3.3)$$

- Po przyłączeniu idealnego woltomierza ($R_v \rightarrow \infty$) do strony wtórnej otrzymuje się stan jałowy transformatora tzn. $I_2 = 0$.

Równania podstawowe przyjmują postać:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \underline{Z}_1 \quad (3.4)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_1 jX_M \quad (3.5)$$

Wyznaczamy \underline{I}_1 z równania (3.4):

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} \quad (3.6)$$

Po podstawieniu do wzoru (3.5)

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_1 jX_M = jX_M \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} \quad (3.7)$$

Wartość skuteczna U_2 czyli wskazanie woltomierza wynosi więc:

$$U_2 = X_M \frac{U_1}{Z_1} = X_M \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}} \quad (3.8)$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymujemy wynik:

$$U_2 = X_M \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}} = 30 \frac{100}{\sqrt{30^2 + 40^2}} = 60V \quad (3.9)$$

Wskazanie woltomierza wynosi 60V.

2. Po przyłączeniu do strony wtórnej idealnego amperomierza ($R_a = 0$) transformator znajduje się w stanie zwarcia czyli $U_2 = 0$.

Równania ogólne będą miały postać

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 jX_M \quad (3.9)$$

$$0 = \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{I}_1 jX_M \quad (3.10)$$

Po rozwiązaniu układu równań względem \underline{I}_2 oraz założeniu $\underline{U}_1 = U_1 e^{j0}$ otrzymamy:

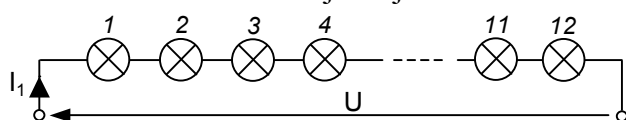
$$\underline{I}_2 = \frac{-\underline{U}_1 jX_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + X_M^2} = \frac{-100 \cdot j30}{(30 + j40)(30 + j90) + 30^2} = -0,634 + j0,293 \quad (3.11)$$

Wartość skuteczna I_2 , czyli wskazanie amperomierza wynosi:

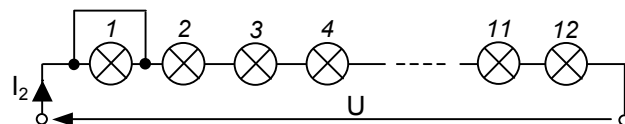
$$I_2 = \sqrt{(-0,634)^2 + (0,293)^2} = 0,698A \quad (3.12)$$

Zadanie 4

Zestaw choinkowy składa się z 12 jednakowych żarówek, połączonych jak pokazano na rys. 4.1. W wyniku uszkodzenia jednej żarówki jej włókno grzejne zostało zwarte (rys. 4.2). O ile procent wzrośnie moc pobierana przez zestaw choinkowy po wystąpieniu uszkodzenia a o ile moc jednej żarówki?



Rys. 4.1

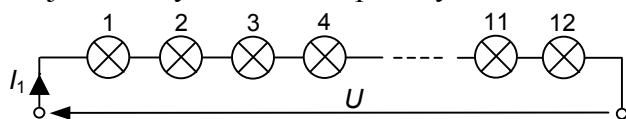


Rys. 4.2

Odpowiedź do zadania 4:

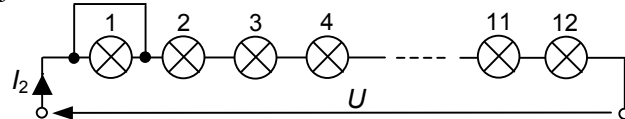
Przypadek 1

12 jednakowych żarówek sprawnych



Przypadek 2

jedna z 12 żarówek zwarta



Oznaczając przez R rezystancję pojedynczej żarówki, rezystancję całego zestawu żarówek przed i po zwarcu można zapisać jako:

1. dla układu sprawnego: $R_{c1} = 12R$;
 2. dla układu uszkodzonego: $R_{c2} = 11R$.
- Moc pobierana przez żarówki w obu przypadkach wynosi:

$$1. \quad P_1 = R_{c1} I_1^2 = 12R I_1^2; \quad 2. \quad P_2 = R_{c2} I_2^2 = 11R I_2^2.$$

Napięcie zasilające zestaw choinkowy jest w obu przypadkach jednakowe. W wyniku zwarcia jednej z 12 żarówek zmienia się rezystancja całkowita, zatem zmieni się też wartość prądu płynącego w układzie.

$$1. \quad U = I_1 R_{c1} = 12R I_1 \quad 2. \quad U = I_2 R_{c2} = 11R I_2$$

W wyniku porównania powyższych zależności otrzymamy:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{11R}{12R}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{12R I_1^2}{11R I_2^2} = \left(\frac{12}{11}\right) \left(\frac{11}{12}\right)^2 = \frac{11}{12}$$

$$P_2 = \frac{12}{11} P_1 = 1,091 P_1$$

W wyniku zwarcia jednej żarówki moc pobierana przez zestaw choinkowy wzrośnie o 9,1%.

Moc jednej żarówki P_{21} po wystąpieniu uszkodzenia zmieni się w stosunku do mocy jednej żarówki P_{11} układu nieuszkodzonego w sposób następujący:

$$P_{21} = \frac{1}{11} P_2 = \frac{1}{11} \cdot \frac{12}{11} P_1 = \frac{1}{11} \cdot \frac{12}{11} 12 P_{11} = 1,190 P_{11}$$

W wyniku zwarcia jednej żarówki moc pobierana przez każdą z nieuszkodzonych żarówek zestawu choinkowego wzrośnie o 19%.

Zadanie 5

Dane znamionowe silnika indukcyjnego klatkowego są następujące:

- moc znamionowa $P_N = 10 \text{ kW}$,
- napięcie znamionowe $U_N = 400 \text{ V (Y)}$,
- znamionowa prędkość obrotowa $n_N = 2880 \text{ obr/min}$,
- znamionowy współczynnik mocy $\cos\varphi_N = 0,84$,
- znamionowa sprawność $\eta = 0,85$,
- straty mechaniczne $P_m = 100 \text{ W}$,
- częstotliwość napięcia zasilającego $f = 50 \text{ Hz}$,
- rezystancja uzwojenia fazowego stojana $R_1 = 0,8 \Omega$,
- względny moment rozruchowy $M_r/M_N = 0,65$.

Wyznaczyć:

1. moc P_{in} pobieraną przez silnik z sieci ,
2. prąd znamionowy silnika I_N ,

3. straty w uzwojeniu stojana P_{Cu1} i uzwojeniu wirnika P_{Cu2} ,
4. straty w rdzeniu silnika P_{Fe} ,
5. moment rozruchowy tego silnika, przy napięciu zasilania niższym o 15% od znamionowego.

Odpowiedź do zadania 5:

Moc pobierana z sieci przez silnik wyniesie

$$P_{in} = \frac{P_N}{\eta} = \frac{10000}{0,85} = 11765 \text{ W}.$$

Prąd znamionowy silnika jest równy

$$I_N = \frac{P_{in}}{\sqrt{3}U_N \cos \varphi_N} = \frac{11765}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,84} = 20,22 \text{ A}.$$

Moc mechaniczna to

$$P_{mech} = P_N + P_m = 10000 + 100 = 10100 \text{ W}.$$

W silniku indukcyjnym klatkowym straty elektryczne w wirniku to straty w uzwojeniach wirnika. Moc pola wirującego P_W zależy od poślizgu s_N w sposób przedstawiony poniżej:

$$P_W = \frac{P_m}{1 - s_N}, \quad \text{gdzie} \quad s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1},$$

gdzie n_1 – to prędkość wirowania pola.

$$s_N = \frac{3000 - 2880}{3000} = 0,04 \Rightarrow P_W = \frac{10100}{1 - 0,04} = 10521 \text{ W}$$

Na tej podstawie można obliczyć:

- straty w uzwojeniu wirnika

$$P_{Cu2} = s_N P_W = 0,04 \cdot 10521 = 421 \text{ W},$$

- straty w uzwojeniu stojana

$$P_{Cu1} = 3R_1 I_N^2 = 3 \cdot 0,8 \cdot (20,22)^2 = 981 \text{ W},$$

- straty w rdzeniu stojana

$$P_{Fe} = P_{in} - P_{Cu1} - P_W = 11765 - 981 - 10521 = 263 \text{ W},$$

- moment użyteczny silnika M_N

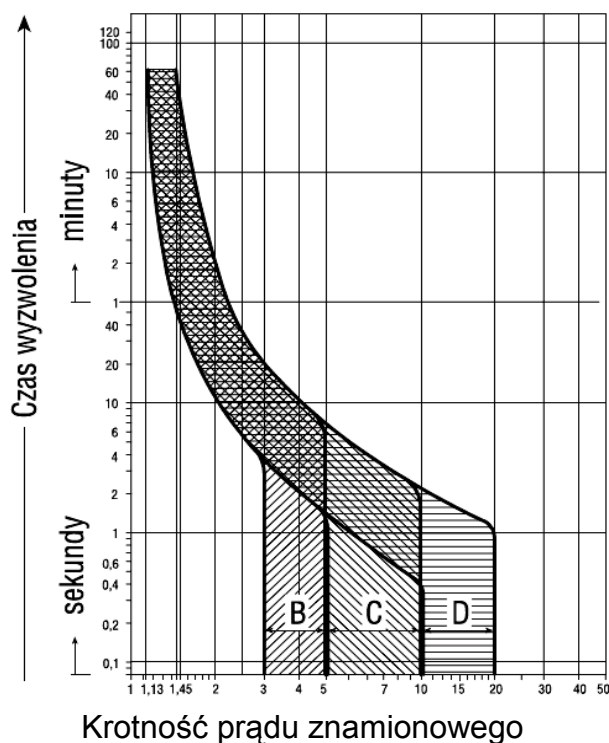
$$M_N = 9,55 \frac{P_N}{n_N}, \quad \text{gdy jednostka } n_N \text{ to } \frac{\text{obr}}{\text{min}} \Rightarrow M_N = 9,55 \frac{10000}{2880} = 33,16 \text{ Nm}.$$

Ponieważ moment obrotowy, który może rozwijać silnik przy danej prędkości (a zatem i przy prędkości równej 0) jest wprost proporcjonalny do kwadratu napięcia zasilającego, a moment rozruchowy stanowi 0,65 momentu znamionowego, to moment rozruchowy M'_r po obniżeniu napięcia zasilania o 15% wyniesie

$$M_r = 0,65 \cdot M_N \left(\frac{(1-0,15) U_N}{U_N} \right)^2 = 0,65 M_N \cdot (0,85)^2 = 15,57 \text{ Nm.}$$

Zadanie 6

W jednofazowym obwodzie elektrycznym, o napięciu znamionowym 230 V, zainstalowano odbiorniki jednego typu, przy czym łączny pobór mocy przez wszystkie odbiorniki wynosi 4,0 kVA. Wartość prądu załączeniowego tych odbiorników podana przez producenta wynosi $8I_N$, gdzie I_N to prąd znamionowy odbiornika. Na podstawie obliczeń i charakterystyk czasowo-prądowych, zamieszczonych na rys. 6, dobierz odpowiedni nadprądowy wyłącznik instalacyjny do zabezpieczenia tego obwodu. Należy dobrać wartość znamionową prądu wyłącznika oraz typ charakterystyki czasowo-prądowej. Przy doborze wyłącznika instalacyjnego pominięć możliwość przyrostu obciążenia w przyszłości. Prądy znamionowe wyłączników instalacyjnych (w amperach) to: 6, 10, 13, 16, 20, 25, 32, 40.



Rys. 6

Odpowiedź do zadania 6:

Zadaniem nadprądowego wyłącznika instalacyjnego jest zabezpieczenie przewodów zasilających dany obwód przed skutkami przeciążeń i zwarć. Nie zabezpiecza on samych odbiorników przed skutkami przeciążeń, jeżeli z danego obwodu zasilany jest więcej niż jeden odbiornik (poszczególne odbiorniki mogą być wyposażone we wbudowane, indywidualne zabezpieczenia przeciążeniowe).

Prąd znamionowy I_N nadprądowego wyłącznika instalacyjnego dobrany zostaje na podstawie prądu obciążenia zabezpieczanego obwodu

$$I_N \geq S_{\text{odb}}/U_N = 4000/230 = 17,4 \text{ A.}$$

Dobieramy wyłącznik o prądzie znamionowym $I_N = 20 \text{ A}$.

Typ charakterystyki wyłącznika wybiera się na podstawie wartości prądu załączeniowego urządzeń. Powinna być ona wybrana w taki sposób, aby uniknąć niepożądanych zaszczepień wyłącznika. W chwili załączenia urządzeń o mocy 4,0 kVA prąd wyniesie

$$I_{\text{max}} = k_{\text{odb}} S_{\text{odb}}/U_N = 8,0 \cdot 17,4 = 139 \text{ A}$$

gdzie: k_{odb} – krotność prądu znamionowego odbiorników przy ich załączaniu, w naszym przypadku równa 8,0.

Prąd załączeniowy, który **może** spowodować zadziałanie wyzwalaczy zwarciovych wyłącznika, wynosi dla wyłącznika o prądzie znamionowym 20 A (rys. 6):

$(3 \div 5)I_N$, czyli $60 \div 100 \text{ A}$ dla wyłączników o charakterystyce B;

$(5 \div 10)I_N$, czyli $100 \div 200 \text{ A}$ dla wyłączników o charakterystyce C;

$(10 \div 20)I_N$, czyli $200 \div 400 \text{ A}$ dla wyłączników o charakterystyce D.

Dlatego w przypadku wyłącznika instalacyjnego o prądzie znamionowym 20 A prąd załączeniowy o krotności równej 8,0, czyli w naszym przypadku o wartości 139 A, spowoduje zadziałanie wyzwalacza zwarciovego wyłącznika o charakterystyce B i może spowodować zadziałanie wyłącznika o charakterystyce C. Nie spowoduje natomiast zadziałania wyłącznika o charakterystyce D.

Dlatego ostatecznie wybrany zostaje nadprądowy wyłącznik instalacyjny typu D o prądzie znamionowym 20 A. □