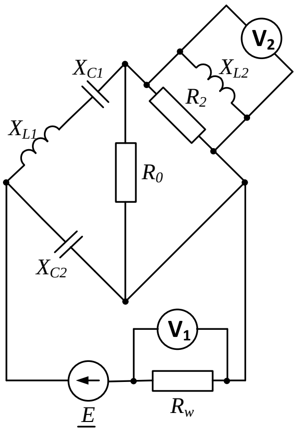
EUROELEKTRA
Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej
Rok szkolny 2014/2015

Zadania z elektrotechniki na zawody III stopnia
(grupa elektryczna)

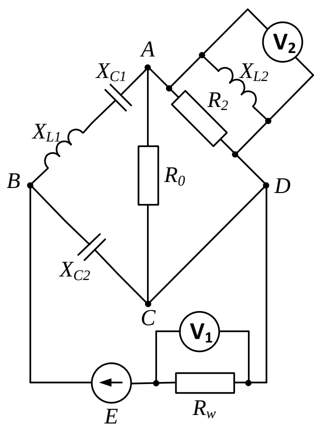
Zadanie 1

W obwodzie przedstawionym na rysunku 1 dane są: $\underline{E} = 100\ e^{j0}$ V, $R_w = 5\ \Omega$, $R_0 = R_2$ oraz $X_{L1} = X_{C1} = 3\ \Omega$, $X_{L2} = X_{C2} = 7\ \Omega$. Wskazanie woltomierza V_1 wynosi $U_{V1} = 10$ V. Ile wynosi wskazanie woltomierza V_2 ? Ile wynosi wartość rezystancji R_0 i R_2 ?

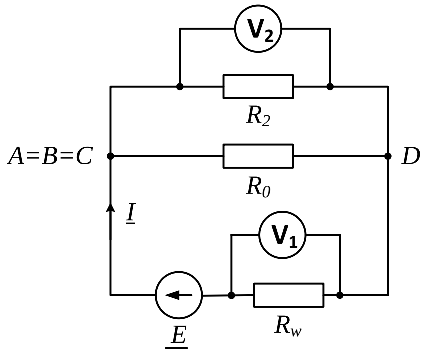


Rys. 1.

Rozwiązanie zadania 1:



Rys. 1.1.



Rys. 1.2.

W przedstawionym obwodzie występuje rezonans napięć w gałęzi A-B (rys. 1.1) oraz rezonans prądów w gałęzi B-C i A-D (gałąź zawierająca reaktancję X_{L2}). W związku z tym, przedstawiony na rysunku 1.1 obwód można uprościć do postaci przedstawionej na rysunku 1.2. Ponieważ napięcie zasilające ma tylko składową czynną, z bilansu napięć (rys. 1.2) wynika:

$$U_{V2} = U_{AD} = E - U_{V1} = 100 - 10 = 90\,V \tag{1}$$

Na podstawie wskazania woltomierza V_1 wartość skuteczna prądu wynosi:

$$I = \frac{U_{V1}}{R_W} = 2\ A \tag{2}$$

W obwodzie jak na rysunku 1.2 prąd $\underline{I}$ jest w fazie z napięciem $\underline{E}$, zatem:

$$I = \frac{E}{R_W + \dfrac{R_0 R_2}{R_0 + R_2}} \tag{3}$$

Ponieważ $R_0 = R_2$:

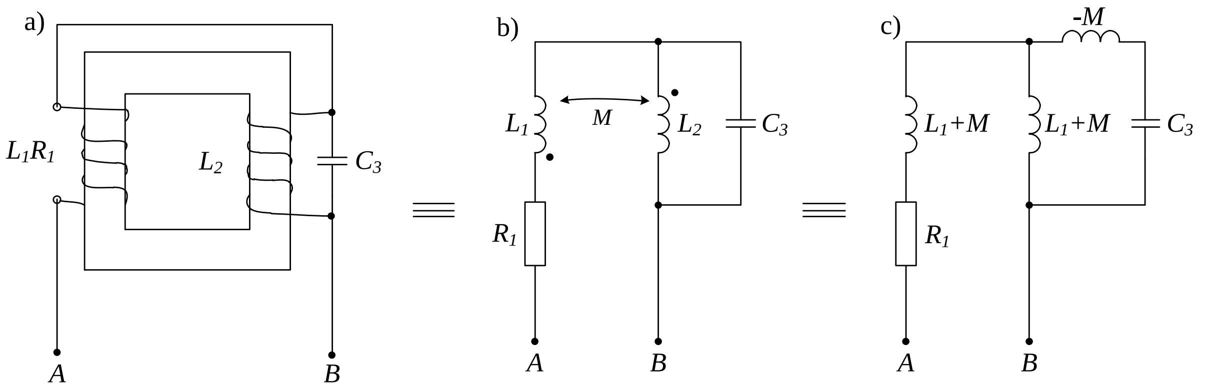
$$I = \frac{E}{R_W + \dfrac{R_0}{2}} \tag{4}$$

Wobec tego, podstawiając wartość prądu (2) do równania (4) otrzymamy:

$$2 = \frac{100}{5 + \dfrac{R_0}{2}} \quad \rightarrow \quad R_0 = 90\ \Omega = R_2 \tag{5}$$

Zadanie 2

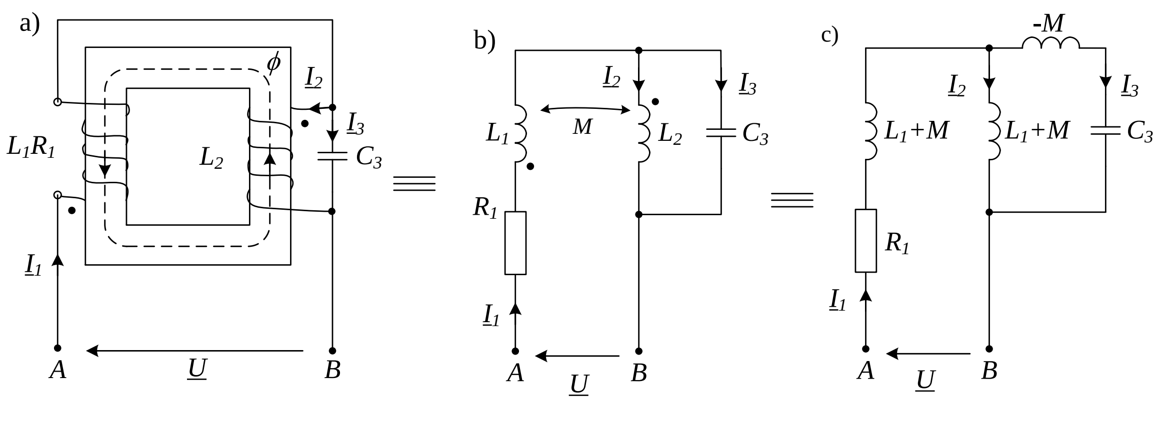
Uzasadnić równoważność obwodów przedstawionych na rysunku 2.



Rys. 2

Rozwiązanie zadania 2

Uzasadnienie równoważności obwodu przedstawionego na rysunku 2.1.a i 2.1.b:



Rys. 2.1.

Uzwojenie „1” i uzwojenie „2” są nawinięte na rdzeń w tym samym kierunku. Jeżeli do zacisków A-B przyłożymy napięcie przemienne, to prąd w obydwu cewkach płynie od umownie oznaczonych początków obu cewek (rys. 2.1.a). W takim przypadku mamy do czynienia ze sprzężeniem dodatnim cewek, co pokazane jest na schemacie „b” (rys. 2.1.b).

Równoważność obwodu „b” i „c” udowodnimy w oparciu o prawa Kirchhoffa:

Dla schematu „b” zapisujemy układ równań w postaci zespolonej:

$$\underline{U} = \underline{I_1}\, R_1 + \underline{I_1}\; j\omega L_1 + \underline{I_2}\; j\omega M + \underline{I_3}\left(-j\frac{1}{\omega C_3}\right) \tag{1}$$

$$\underline{I_2}\; j\omega L_2 + \underline{I_1}\; j\omega M = \; \underline{I_3}\left(-j\frac{1}{\omega C_3}\right) \tag{2}$$

$$\underline{I_1} \; = \underline{I_2} \; + \underline{I_3} \tag{3}$$

Z równania (3) wyznaczamy prąd $\underline{I_2}$:

$$\underline{I_2} \; = \underline{I_1} \; - \underline{I_3} \tag{4}$$

i podstawiamy do równania (1):

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{I_1}\, R_1 + \underline{I_1}\; j\omega L_1 + \left(\underline{I_1} - \underline{I_3}\right) j\omega M - \underline{I_3}\, j\frac{1}{\omega C_3} = \\ &= \underline{I_1}\, R_1 + \underline{I_1}\; j\omega L_1 + \underline{I_1}\; j\omega M - \underline{I_3}\; j\omega M - \underline{I_3}\, j\frac{1}{\omega C_3} \end{aligned} \tag{5}$$

Po przekształceniu równania (5) otrzymujemy:

$$\underline{U} = \underline{I_1}\, R_1 + \underline{I_1}\,(j\omega L_1 + j\omega M) - \underline{I_3}\, j\omega M \; - \underline{I_3}\, j\frac{1}{\omega C_3} \tag{6}$$

Do równania (2) podstawiamy prąd $\underline{I_1}$ (równanie (3)). Wówczas:

$$\underline{I_2}\; j\omega L_2 + \left(\underline{I_2} + \underline{I_3}\right) j\omega M = \; -\underline{I_3}\, j\frac{1}{\omega C_3} \tag{7}$$

Stąd

$$\underline{I_2}\,(j\omega L_2 + j\omega M) = \; -\underline{I_3}\, j\frac{1}{\omega C_3} - \underline{I_3}\, j\omega M \tag{8}$$

Równania (6), (8) oraz (3) opisują obwód przedstawiony na schemacie „c”.

Zadanie 3

Silnik indukcyjny klatkowy ma następujące dane znamionowe: P_N = 12 kW, U_N = 400 V, n_N = 1430 obr/min., $cos\varphi_N$ = 0,86, η_N = 88%, f_{1N} = 50 Hz, przeciążalność znamionowa momentem λ_N = 2,5. Silnik pracujący w warunkach znamionowych został przełączony na sieć o napięci U= 400 V i częstotliwości f_1 = 40 Hz. Wyznaczyć moment obrotowy tuż po przełączeniu silnika. Jaki rodzaj pracy wystąpi po przełączeniu silnika.

Uwaga:

- przeciążalność momentem jest określona zależnością:

$$\lambda_N = \frac{M_k}{M_N}$$

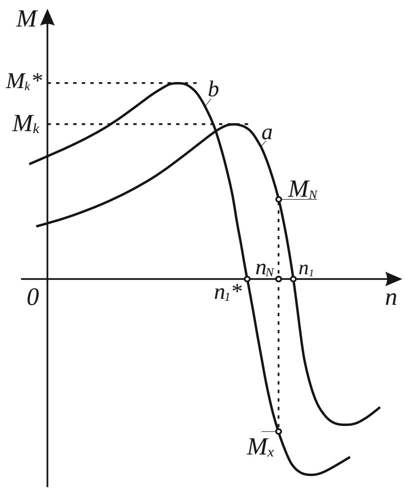
- poślizg krytyczny s_k dla charakterystyki naturalnej obliczamy z zależności:

$$s_k = s_N\left(\lambda_N \pm \sqrt{\lambda_N^2 - 1}\right)$$

- wartość momentu elektromagnetycznego po przełączeniu silnika obliczyć z wzoru Klossa dla charakterystyki po zmianie parametrów zasilania:

$$M_x = \frac{2M_k^*}{\frac{s_k^*}{s_x} + \frac{s_x}{s_k^*}}$$

Rozwiązanie zadania 3



Rys. 5.1.

Silnik pracuje przy zasilaniu napięciem znamionowym o częstotliwości znamionowej. W stanie ustalonym silnik pracuje obciążony momentem znamionowym – punkt pracy M_N na charakterystyce „a" (rys. 5.1). Obliczamy parametry znamionowego punktu pracy:
- moment znamionowy

$$M_N = 9{,}55\frac{P_N}{n_N} = 9{,}55\frac{12000}{1430} = 80\ Nm \qquad (1)$$

- poślizg przy obciążeniu znamionowym – na podstawie danych znamionowych wnioskujemy, że silnik ma p = 2 pary biegunów czyli prędkość synchroniczna n_1 = 1500 obr/min.:

$$s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1} = \frac{1500 - 1430}{1500} = 0{,}047 \qquad (2)$$

oraz:
- wartość momentu krytycznego przy zasilaniu napięciem znamionowym:

$$M_k = \lambda_N M_N = 2{,}5\ \cdot 80 = 200\ Nm \qquad (3)$$

- poślizg krytyczny w tych warunkach (na podstawie wzoru Klossa)

$$s_k = s_N\left(\lambda_N \pm \sqrt{\lambda_N^2 - 1}\right) \qquad (4)$$

czyli

$$s_k = 0{,}047\ \cdot\left(2{,}5 + \sqrt{2{,}5^2 - 1}\right) = 0{,}225 \qquad (5)$$

W chwili przełączenia silnika (t = 0 s) na sieć o napięciu U = 400 V i częstotliwości f_1 = 40 Hz zmieni się wartość momentu wytwarzanego przez silnik, natomiast prędkość obrotowa pozostanie taka sama – silnik będzie rozwijał moment M_x (charakterystyka „b" na rys. 5.1). Dla charakterystyki „b" zmieni się wartość momentu krytycznego i poślizgu krytycznego. Ponieważ zmianie uległa częstotliwość napięcia zasilania prędkość synchroniczna w tych warunkach wynosi:

$$n_1^* = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60\ \cdot 40}{2} = 1200\frac{obr}{min}. \qquad (6)$$

Stąd poślizg dla momentu M_x w chwili przełączenia:

$$s_x = \frac{n_1^* - n_N}{n_1^*} = \frac{1200 - 1430}{1200} = -\,0{,}192 \qquad (7)$$

Moment krytyczny dla charakterystyki „b" wynosi:

$$M_k^* = M_k \left(\frac{f_{1N}}{f_1}\right)^2 = 200 \left(\frac{50}{40}\right)^2 = 312\ Nm \tag{8}$$

oraz poślizg krytyczny

$$s_k^* = s_k \frac{f_{1N}}{f_1} = 0{,}225\ \frac{50}{40} = 0{,}281 \tag{9}$$

Wartość momentu po przełączeniu silnika wynosi (z wzoru Klossa):

$$M_x = \frac{2M_k^*}{\frac{s_k^*}{s_x} + \frac{s_x}{s_k^*}} = \frac{2\ \cdot 312}{\frac{0{,}281}{-0{,}192} + \frac{-0{,}192}{0{,}281}} = -291\ Nm \tag{10}$$

Ujemna wartość momentu wskazuje, że silnik rozwija moment hamujący, natomiast ujemna wartość poślizgu wskazuje na hamowanie odzyskowe.

Zadanie 4

Dany jest transformator trójfazowy o mocy znamionowej S_N = 75 kVA, napięciach znamionowych 1000/400 V, Yy0. Straty mocy w uzwojeniach transformatora przy obciążeniu prądem znamionowym wynoszą ΔP_{Cu} = 990 W, natomiast straty w rdzeniu przy zasileniu napięciem znamionowym ΔP_{Fe} = 300 W. Przy jakim obciążeniu rezystancyjnym i zasileniu napięciem znamionowym sprawność transformatora będzie mieć wartość maksymalną. Wyznaczyć wartość tej sprawności.

Uwaga - przyjąć:
- rezystancja zwarcia jednej fazy transformatora $R_z = R_1 + R_2' = 0{,}176\ \Omega$,
- reaktancja zwarcia jednej fazy transformatora $X_z = X_1 + X_2' = 0{,}576\ \Omega$,
- spadek napięcia transformatora $\Delta U = U_1 - \upsilon\ U_2 = I_1\ (R_z\ cos\varphi_{odb} \pm X_z\ sin\varphi_{odb})$, gdzie υ jest przekładnią transformatora.

Rozwiązanie zadania 4

Maksymalna sprawność transformatora wystąpi w warunkach gdy $\Delta P_{Cu} = \Delta P_{Fe}$. Straty w uzwojeniach transformatora dla dowolnej wartości prądu obciążenia wynoszą:

$$\Delta P_{Cu} = 3I_1^2 R_z \tag{1}$$

Przy obciążeniu prądem znamionowym

$$\Delta P_{CuN} = 3I_{1N}^2 R_z \tag{2}$$

Dzieląc równanie (1) przez równanie (2), otrzymujemy:

$$\frac{\Delta P_{Cu}}{\Delta P_{CuN}} = \frac{3I_1^2 R_z}{3I_{1N}^2 R_z} \tag{3}$$

Z równania (3) wyznaczamy wartość prądu I_1:

$$I_1 = I_{1N}\sqrt{\frac{\Delta P_{Cu}}{\Delta P_{CuN}}} \tag{4}$$

Wartość prądu znamionowego transformatora wynosi:

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_{1N}} = \frac{75000}{\sqrt{3}\ \cdot 1000} = 43{,}3\ A \tag{5}$$

Ponieważ dla maksymalnej sprawności $\Delta P_{Cu} = \Delta P_{Fe}$ = 300 W, prąd obciążenia wynosi:

$$I_1 = I_{1N}\sqrt{\frac{\Delta P_{Cu}}{\Delta P_{CuN}}} = 43{,}3\sqrt{\frac{300}{990}} = 23{,}8\ A \tag{6}$$

Napięcie na odbiorniku wynosi:

$$U_2 = \frac{1}{\upsilon}\left[U_1 - \sqrt{3}I_1(R_z cos\varphi_{odb} \pm X_z sin\varphi_{odb})\right] \tag{7}$$

Dla obciążenia rezystancyjnego $cos\varphi_{odb} = 1$, $sin\varphi_{odb} = 0$. Napięcie na odbiorniku jest równe:

$$U_2 = \frac{U_{2N}}{U_{1N}}\left(U_1 - \sqrt{3}I_1R_z\right) = \frac{400}{1000}\left(1000 - \sqrt{3}\ \cdot 23{,}8\ \cdot 0{,}176\right) = 397\ V \tag{8}$$

Moc oddawana z transformatora wynosi:

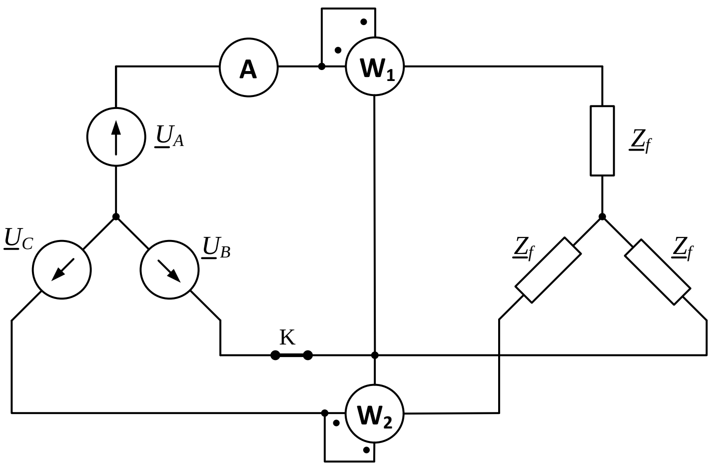
$$P_{odb} = \sqrt{3}\,U_2I_2 = \sqrt{3}\,U_2I_1\frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \sqrt{3}\ \cdot 397\ \cdot 23{,}8\ \cdot \frac{1000}{400} = 40\,913\ W \tag{9}$$

Maksymalna sprawność transformatora wynosi:

$$\eta_{max} = \frac{P_{odb}}{P_{pob}} = \frac{P_{odb}}{P_{odb} + \Delta P_{Cu} + \Delta P_{Fe}} = \frac{40\,913}{40\,913 + 300 + 300} = 0{,}986 \tag{10}$$

Zadanie 5

Trójfazowy generator symetrycznego napięcia sinusoidalnego połączony jest w gwiazdę. Wartość skuteczna napięcia międzyfazowego wynosi $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U$ = 400 V, a prądu I = 9,5 A. Generator obciążony jest odbiornikiem symetrycznym trójfazowym połączonym w gwiazdę o charakterze *R-L*. Całkowita moc odbiornika wskazana przez watomierze W_1 oraz W_2 wynosi P = 5700 W. Wyznaczyć parametry odbiornika (jednej fazy) – R_f, X_f, oraz wskazania watomierzy. Jaki prąd wskaże amperomierz włączony w fazie A, jeżeli wyłącznik K w fazie B zostanie otwarty.



Rys. 6.

Rozwiązanie zadania 5

Moduł impedancji jednej fazy odbiornika wynosi:

$$Z_f = \frac{U_f}{I_f} = \frac{U}{I} = \frac{400}{\sqrt{3}\ \cdot 9{,}5} = 24{,}3\ A \tag{1}$$

Kat przesunięcia fazowego pomiędzy napięciem i prądem wyznaczamy na podstawie mocy czynnej układu:

$$cos\varphi_f = \frac{P}{\sqrt{3}UI} = \frac{5700}{\sqrt{3}\ \cdot 400\ \cdot 9{,}5} = 0{,}866 \tag{2}$$

Stąd

$$\varphi_f = \arccos 0{,}866 = 30^o \tag{3}$$

Rezystancja jednej fazy odbiornika wynosi:

$$R_f = Z_f\ cos\varphi_f = 24{,}3 \cdot 0{,}866 = 21\ \Omega \tag{4}$$

Reaktancja jednej fazy odbiornika:

$$X_f = \sqrt{Z_f^2 - R_f^2} = \sqrt{24{,}3^2 - 21^2} = 12{,}2\ \Omega \tag{5}$$

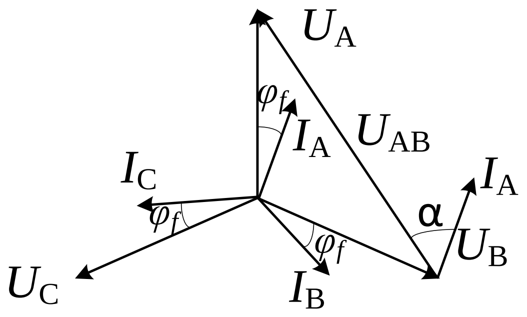
Impedancja odbiornika wynosi:

$$\underline{Z}_f = (21 + j\ 12{,}2)\ \Omega \tag{6}$$

Moc watomierza W_1 obliczamy z zależności:

$$P_1 = U_{AB} I_A \cos\alpha \tag{7}$$

gdzie α jest kątem zawartym pomiędzy wektorem napięcia U_{AB} i prądu I_A. Na podstawie wykresu wskazowego (rys. 6.1) kąt $\alpha = 60^o$.



Rys. 6.1.

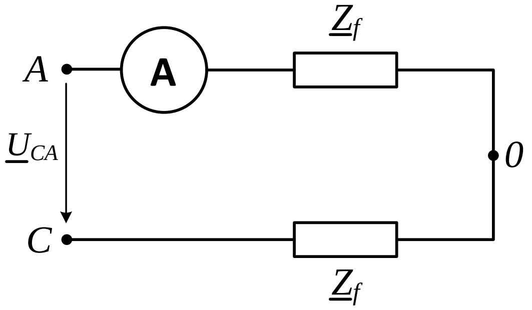
Wskazanie watomierza W_1 wynosi:

$$P_1 = U_{AB} I_A \cos 60^o = 400 \cdot 9{,}5 \cdot 0{,}5 = 1900\ W \tag{8}$$

natomiast watomierza W_2:

$$P_2 = P - P_1 = 5700 - 1900 = 3800\ W \tag{9}$$

Po otwarciu wyłącznika „K” otrzymamy układ, którego schemat przedstawia rysunek 6.2.



Rys. 6.2.

Prąd, który wskaże amperomierz włączony w fazę A będzie wynosił:

$$I = \frac{U}{Z_{AC}} = \frac{U}{2Z_f} = \frac{400}{2 \cdot 24{,}3} = 8{,}23\ A \tag{10}$$