



**„EUROELEKTRA”**  
**Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej**  
**Rok szkolny 2015/2016**

**Zadania z elektrotechniki na zawody II stopnia**  
**Rozwiązania**

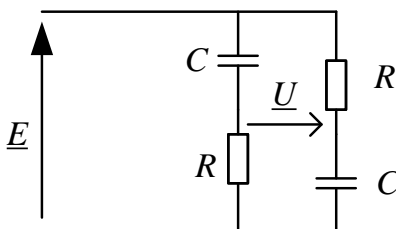
**Instrukcja dla zdającego**

1. Czas trwania zawodów: 120 minut.
2. II stopień olimpiady zawiera 6 zadań otwartych.
3. Należy podać poprawną odpowiedź wraz tokiem rozwiązania.
4. Za każdą prawidłową odpowiedź uzyskuje się maksymalnie 10 punktów. Maksymalna liczba punktów za 6 zadań do zdobycia to 60 punktów.
5. Można korzystać z przyborów do pisania, rozdawanych kart czystopisu i brudnopisu, kalkulatorów i tablic matematycznych. Korzystanie z notebooków, telefonów komórkowych itp. jest zabronione.

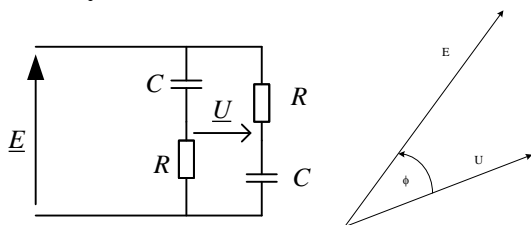
**Życzymy powodzenia!**

**Zadanie 1**

Wyznaczyć zależność  $f(\omega RC)$  określającą kąt w mierze łukowej pomiędzy napięciem  $\underline{U}$  oraz  $\underline{E}$  w obwodzie pokazanym na rysunku.



**Rozwiązanie**



$$\underline{U} = \frac{-\underline{E}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \left( R - \frac{1}{j\omega C} \right)$$

$$\underline{U} = \frac{-\underline{E}}{j\omega RC + 1} (j\omega RC - 1)$$

$$\frac{\underline{E}}{\underline{U}} = \frac{1 + j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{(1 + j\omega RC)(1 + j\omega RC)}{(1 - j\omega RC)(1 + j\omega RC)} = \frac{1 - (\omega RC)^2 + j2\omega RC}{1 + (\omega RC)^2} = a + jb$$

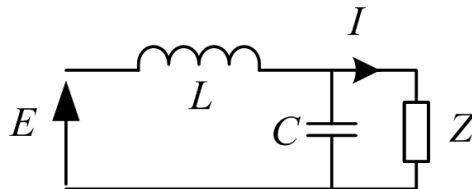
Ponieważ:  $\frac{\underline{E}}{\underline{U}} = \frac{E e^{j\phi_E}}{U e^{j\phi_U}} = \frac{E}{U} e^{j(\phi_E - \phi_U)} = \frac{E}{U} e^{j(\phi)} = a + jb$  stąd argument kąta  $\phi$  jako funkcja

$$f(\omega RC) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) = \arctan\left(\frac{2\omega RC}{1 - (\omega RC)^2}\right)$$

Odpowiedź:  $f(\omega RC) = \arctan\left(\frac{2\omega RC}{1 - (\omega RC)^2}\right)$

### Zadanie 2

Jaki warunek spełniać muszą elementy  $L$  i  $C$  w obwodzie przedstawionym na rysunku, aby wartość prądu  $I$ , płynącego przez element  $Z$ , nie zależała od jego parametrów? Dla takiego warunku wyznacz wartości pojemności kondensatora  $C$  i indukcyjności cewki  $L$ , jeżeli wartość prądu  $I$ , płynącego przez impedancję  $Z$ , wynosi 1,00 A, a przebieg napięcia  $e(t)$  w woltach można opisać zależnością:  $e(t) = \sqrt{2} \cdot 200 \cdot \sin(628 \cdot t)$  V.



### Rozwiązanie

Napięcie (potencjał) na kondensatorze można sformułować następująco:

$$\underline{V} \left( \frac{1}{j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{\underline{Z}} \right) = \frac{\underline{E}}{j\omega L}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{E}}{j\omega L \left( \frac{1}{j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{\underline{Z}} \right) \underline{Z}} = (\text{jeżeli } \omega L = \frac{1}{\omega C}) = \frac{\underline{E}}{j\omega L}$$

$$\text{Stąd } \omega L = \frac{1}{\omega C} = \frac{200}{1}$$

Odpowiedź:  $C = 7.96 \mu\text{F}$

### Zadanie 3

Transformator trójfazowy o grupie połączeń Yz 11 jest zasilany napięciem o wartości 15 kV. Stosunek liczby zwojów uzwojenia pierwotnego do wtórnego wynosi 32. Pozostałe parametry transformatora wynoszą: rezystancja uzwojeń  $R_1 = R'_2 = 1,0 \Omega$ , reaktancja rozproszenia uzwojeń  $X_1 = X'_2 = 4,0 \Omega$ , a napięcie zwarcia 6%. Transformator jest obciążony prądem znamionowym. Oblicz współczynnik mocy, przy którym napięcie wtórne transformatora osiągnie wartość minimalną. Wyznacz wartość tego napięcia.

### Rozwiązania

Napięcie wtórne przy biegu jałowym wyniesie:

$$U_G/U_D = k \cdot z_G/z_D \quad U_D = U_G / (k \cdot z_G/z_D) \text{ gdzie } k = 2/\sqrt{3} \text{ (współczynnik } k \text{ można stosunkowo łatwo wyprowadzić z wykresu wskazowego)} \quad U_D = 15000 / ((2/\sqrt{3}) \cdot 32) = 405.9 \text{ V}$$

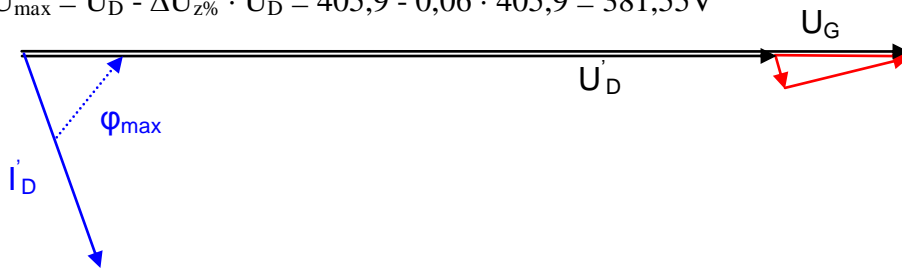
Maksymalna zmiana napięcia (przy indukcyjnym  $\cos\phi$ ) wystąpi dla kąta przesunięcia  $\phi_0$

takiego, że  $\tan \phi_{\max} = X_z / R_z$  więc:  $\phi_{\max} = \arctg X_z / R_z = \arctg (8 \Omega / 2 \Omega) = 76^\circ$

a indukcyjny współczynnik mocy  $\cos \phi_0 = 0,24$ .

Maksymalna zmiana napięcia jest równa napięciu zwarcia:

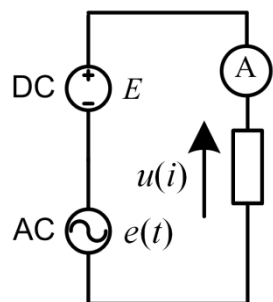
$$U_D - \Delta U_{\max} = U_D - \Delta U_{z\%} \cdot U_D = 405,9 - 0,06 \cdot 405,9 = 381,55V$$



**Napięcie wtórne będzie minimalne przy indukcyjnym współczynniku mocy  $\cos \varphi_0 = 0,24$  i wyniesie 381,55V**

#### Zadanie 4

Element nieliniowy ma charakterystykę, którą można opisać zależnością:  $u(i) = a\sqrt{i}$ . Element ten jest zasilany przez połączone szeregowo źródła napięcia stałego i przemiennego. Obliczyć wskazanie amperomierza elektromagnetycznego dla następujących danych:  $E = 4,0 \text{ V}$ ,  $e(t) = 2,0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \text{ V}$ ,  $a^2 = 4,0 \text{ V}^2/\text{A}$ .



#### Rozwiązanie

$$E + e(t) = u(t)$$

$$4 + 2 \sin(\omega t) = 2\sqrt{i(t)}$$

$$i(t) = 4 + 4 \sin(\omega t) + \sin(\omega t)^2 = 4.5 + 4 \sin(\omega t) - 0.5 \cos(2\omega t)$$

$$I = \sqrt{4.5^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2} = 5,327$$

**Odpowiedź Wskazanie amperomierza wynosi 5,327 A**

#### Zadanie 5

W zakładzie produkcyjnym zasilanym z własnego transformatora miesięczna opłata zmienna za pobraną energię elektryczną wynosiła w danym roku obrachunkowym 2000 zł. Właściciel zbudował małą elektrownię wiatrową z generatorem synchronicznym, pracującą na potrzeby zakładu. Średnie roczne wykorzystanie mocy zainstalowanej (znamionowej) tej elektrowni w trakcie jej rocznej eksploatacji wyniosło 21,14%. W kolejnym roku obrachunkowym (po uruchomieniu elektrowni) średni rachunek za energię zmniejszył się do 1000 zł miesięcznie, pomimo że cena energii elektrycznej wzrosła z 0,40 zł/kWh do 0,45 zł/kWh, a obciążenie zakładu nie zmniejszyło się w porównaniu z rokiem poprzednim. Ile wynosi moc znamionowa zainstalowanej prądnicy, jeżeli średni współczynnik mocy zakładu był równy 0,9?

## Rozwiązanie

Zakład zużywał, w ciągu miesiąca, energii po 0,40zł/kWh:

$$E = 2000/0,40 = 5000\text{kWh}$$

Energia wyprodukowana przez elektrownię wiatrową w ciągu miesiąca:

$$E_W = (E \cdot C_N - 1000) / C_N = (5000 \cdot 0,45) - 1000 / 0,45 = 2777,8\text{kWh}$$

Moc znamionowa (pozorna) generatora:

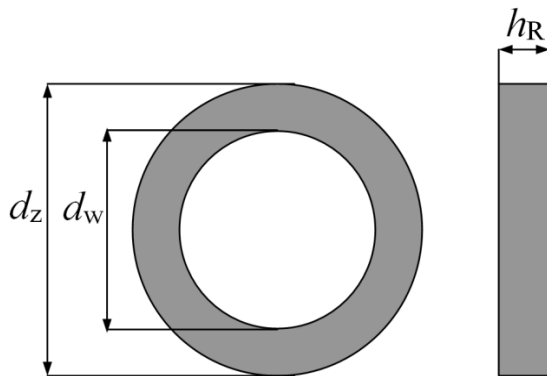
$$S_N = E_W / (0,9 \cdot 0,2114 \cdot (365 \cdot 24 / 12)) = 2777,8 / (0,9 \cdot 0,2143 \cdot (365 \cdot 24 / 12)) = 20\text{kVA}$$

**Moc znamionowa prądnicy synchronicznej – 20kVA**

### Zadanie 6

Na dławik toroidalny zawierający rdzeń nanokrystaliczny o rozmiarach  $40\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 10\text{ mm}$  ( $d_z \times d_w \times h_R$ ) nawinięto maksymalną liczbę zwojów z drutu miedzianego o przekroju  $0,5\text{ mm}^2$ . Jaka będzie rezystancja dławika, mierzona prądem stałym, jeżeli pole przekroju czynnego rdzenia jest prostokątem, a rezystywność miedzi w temperaturze pokojowej wynosi  $1,72 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$ ?

(Liczbę zwojów zaokrąglic do wartości całkowitej, przekrój przewodu uwzględnia izolację)



## Rozwiązanie

Rezystancja szeregową dławika równa jest:

$$R_{SO} = \rho \cdot l_d / S_d$$

gdzie  $\rho$  to rezystywność miedzi,  $l_d$  to długość drutu nawojowego, którą można obliczyć obliczając obwód przekroju czynnego rdzenia – przyjęto, że jest to prostokąt.

$$l_d = 2 \cdot z \cdot \left( h_R + \left( \frac{d_z - d_w}{2} \right) \right)$$

$$r = \sqrt{\frac{S_d}{\pi}}$$

maksymalną liczbę zwojów obliczymy jako stosunek wewnętrznego obwodu przez średnicę przewodu z zaokrągleniem do liczb całkowitych:

$$z = \frac{\pi d_w}{2r} = 118$$

podstawiając do wzoru  $l_d = 3,54\text{ m}$

stąd podstawiając do wzoru  $R_{SO} = \rho \cdot l_d / S_d = 0,122\Omega$

---

#### Opracowali:

dr inż. Kalina Detka  
dr inż. Piotr Jankowski  
dr inż. Roman Kostyszyn

#### Sprawdził:

dr inż. Mirosław Miszewski

#### Zatwierdził:

Przewodniczący Rady Naukowej Olimpiady  
dr hab. inż. Sławomir Cieślak, prof. UTP