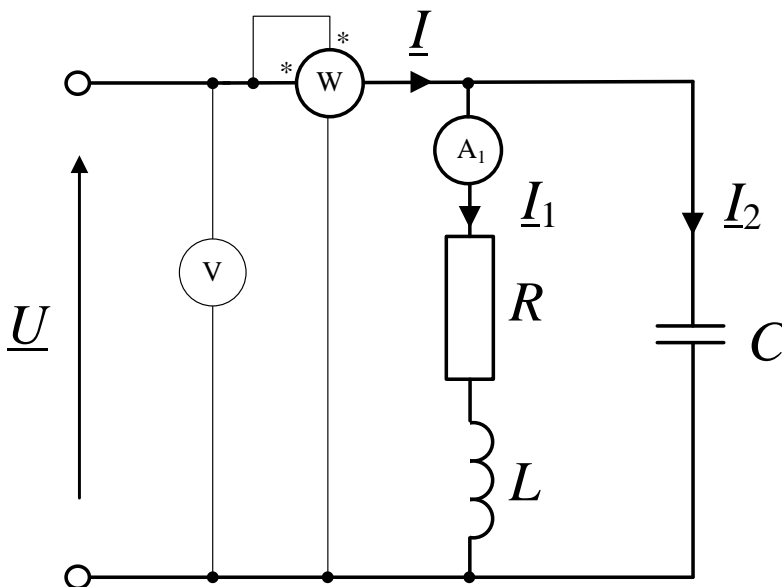


„EUROELEKTRA”
Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Energetycznej
Rok szkolny 2023/2024

Rozwiązania zadań dla grupy elektrycznej na zawody III stopnia

Zadanie 1

W obwodzie przedstawionym na rysunku 1 wskazania idealnych mierników są następujące: $U = 230 \text{ V}$, $P = 875 \text{ W}$ oraz $I_1 = 5,00 \text{ A}$. Współczynnik mocy całego układu jest równy jedności. Należy wyznaczyć nieznane parametry R , L , C w przypadku gdy obwód zasilany jest napięciem sinusoidalnym o częstotliwości $f = 50,0 \text{ Hz}$. W obliczeniach należy przyjąć, że rezystor, cewka oraz kondensator są elementami idealnymi.



Rysunek 1. Schemat obwodu elektrycznego

ROZWIĄZANIE

Moc czynna zmierzona przez watomierz wskazuje moc pobieraną przez odbiornik rezystancyjny $P = U \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1$, gdzie φ_1 oznacza kąt przesunięcia pomiędzy wskazem napięcia U a prądem płynącym I_1 przez gałąź RL.

Przekształcając powyższą zależność na moc można wyznaczyć współczynnik mocy gałęzi RL

$$\cos\varphi_1 = \frac{P}{U \cdot I_1} = \frac{875}{230 \cdot 5} = 0,761$$

Następnie można wyznaczyć moduł impedancji gałęzi RL

$$Z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{230}{5,00} = 46,0 \, \Omega$$

Znając moduł impedancji gałęzi RL oraz współczynnik mocy $\cos\varphi_1$ można wyznaczyć wartość rezystancji R i indukcyjności L .

$$R = Z_1 \cdot \cos\varphi_1 = 46,0 \cdot 0,761 = 35,00 \, \Omega$$

$$X_L = Z_1 \cdot \sin\varphi_1 = 46,0 \cdot \sqrt{1 - 0,761^2} = 29,85 \, \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi \cdot f} = \frac{29,85}{2\pi \cdot 50} = 0,095 \, \text{H}$$

Współczynnik mocy całego układu jest równy jedności, co oznacza, że obwód ma charakter rezystancyjny. Dodatkowo znając współczynnik mocy gałęzi RL, można wyznaczyć składową czynną i bierną prądu płynącego przez gałąź RL.

$$I_{1_RE} = I_1 \cdot \cos\varphi_1 = 5,00 \cdot 0,761 = 3,80 \, \text{A}$$

$$I_{1_IM} = I_1 \cdot \sin\varphi_1 = 5,00 \cdot \sqrt{1 - 0,761^2} = 3,24 \, \text{A}$$

Prąd w gałęzi z idealnym kondensatorem, przy założeniu z treści zadania, że współczynnik mocy całego układu jest równy jedności, będzie wynosił:

$$I_C = I_{1_IM} = I_1 \cdot \sin\varphi_1 = 5,00 \cdot \sqrt{1 - 0,761^2} = 3,24 \, \text{A}$$

Znając napięcie na kondensatorze oraz wartość prądu płynącego przez kondensator można wyznaczyć jego reaktancję a potem pojemność.

$$X_C = \frac{U}{I_C} = \frac{230}{3,24} = 70,89 \, \Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 70,89} = 44,9 \, \mu\text{F}$$

Nieznane parametry będą wynosiły $R = 35,00 \, \Omega$, $L = 0,095 \, \text{H}$, $C = 44,9 \, \mu\text{F}$

Zadanie 2

Trójfazowa prądnica synchroniczna cylindryczna ma następujące dane znamionowe: $S_N = 15,0 \, \text{MVA}$, $U_N = 10,5 \, \text{kV}$, $f_N = 50,0 \, \text{Hz}$, $\cos\varphi_N = 0,850_{\text{ind}}$, $I_{wN} = 350 \, \text{A}$, stosunek zwarcia $k_Z = 0,50$. Prądnica jest napędzana ze znamionową prędkością obrotową i jest wzbudzona w biegu jałowym do napięcia znamionowego. Uzwojenie stojana jest skojarzone w gwiazdę. Prądnica synchroniczna została obciążona symetrycznym trójfazowym odbiornikiem skojarzonym w gwiazdę o impedancji fazowej $\underline{Z} = (10,0 \pm 10,0j) \, \Omega$ (w pierwszym przypadku przy obciążeniu o charakterze RL, w drugim o charakterze RC). Zakładając liniowość charakterystyki magnesowania (prądnica nie nasyciona) i pomijając rezystancję twornika, należy wyznaczyć natężenie prądu twornika, które należy nastawić przy tych dwóch obciążeniach, aby napięcie na zaciskach prądnicy było równe napięciu znamionowemu.

ROZWIĄZANIE

SEM w maszynie synchronicznej E_w jest wprost proporcjonalna do prądu wzbudzenia I_w jak i prędkości obrotowej maszyny n . Zależność na SEM ma postać

$$E_w = c \cdot I_w \cdot n$$

W warunkach znamionowych SEM wyznacza się z zależności

$$E_{wn} = c \cdot I_{wn} \cdot n_n$$

Dzieląc stronami obydwa równania otrzymuje się wyrażenie

$$\frac{E_w}{E_{wn}} = \frac{I_w}{I_{wn}} \cdot \frac{n}{n_n}$$

Przy obciążeniu prądnicy impedancją Z wiadomo, że prędkość obrotowa się nie zmienia, więc powyższe równanie ma postać:

$$\frac{E_w}{E_{wn}} = \frac{I_w}{I_{wn}}$$

Po przekształceniu otrzymujemy równanie na prąd wzbudzenia po obciążeniu prądnicy impedancją Z

$$I_w = \frac{E_w}{E_{wn}} \cdot I_{wn}$$

W zależności na I_w wielkością niewiadomą jest napięcie indukowane E_w , które można wyznaczyć z II Prawa Kirchhoffa analizując schemat zastępczy maszyny synchronicznej, który przedstawiono na rysunku

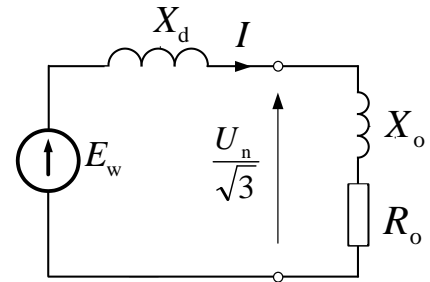
$$E_w = I \cdot \sqrt{R_o^2 + (X_d \pm X_o)^2}$$

Znając impedancję obciążenia i napięcie na zaciskach twornika, korzystając z prawa Ohma można wyznaczyć prąd twornika

$$I = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{R_o^2 + X_o^2}}$$

Podstawiając powyższe równanie do równania na napięcie indukowane E_w , otrzymujemy równanie

$$E_w = \frac{U_n}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{R_o^2 + (X_d + X_o)^2}{R_o^2 + X_o^2}}$$



Wielkością niewiadomą w powyższej zależności jest reaktancja X_d . Wyznaczyć ją można na podstawie znajomości stosunku zwarcia k_z

$$k_z = \frac{I_{w0n}}{I_{wKn}}$$

Wykorzystując proporcję $\left\{ \begin{matrix} I_{w0n} \sim \frac{U_n}{\sqrt{3}} \\ I_{wKn} \sim X_d \cdot I_n \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{I_{w0n}}{I_{wKn}} = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot I_n} \cdot \frac{1}{X_d} \Rightarrow k_z = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot I_n} \cdot \frac{1}{X_d}$

Prąd znamionowy prądnicy synchronicznej można wyznaczyć z zależności

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{15,0 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10,5 \cdot 10^3} = 824,79 \text{ A}$$

Korzystając z przedstawionej poprzednio proporcji można wyznaczyć wartość reaktancji synchronicznej X_d

$$X_d = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot I_n} \cdot \frac{1}{k_z} = \frac{10,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 824,79} \cdot \frac{1}{0,50} = 14,70 \Omega$$

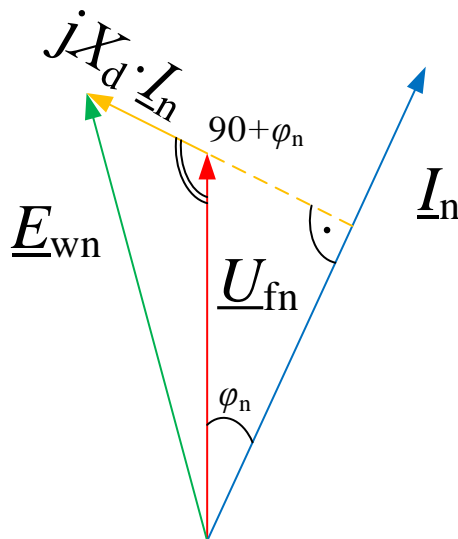
Napięcie indukowane E_w dla obciążenia RL będzie wynosiło

$$E_{w_RL} = \frac{10,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{10^2 + (14,70 + 10)^2}{10^2 + 10^2}} = 11422,74 \text{ V}$$

Napięcie indukowane E_w dla obciążenia RC będzie wynosiło

$$E_{w_RC} = \frac{10,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{10^2 + (14,70 - 10)^2}{10^2 + 10^2}} = 4736,46 \text{ V}$$

Znamionowe napięcie indukowane E_{wn} wyznaczana się na podstawie parametrów znamionowych.



Wykres wskazowy prądnicy synchronicznej cylindrycznej przy znamionowych warunkach pracy

Analizując przedstawiony wykres wskazowy oraz wykorzystując twierdzenie kosinusów można wyznaczyć znamionowe napięcie indukowane E_{wn} .

$$E_{wn} = \sqrt{\left(\frac{U_n}{\sqrt{3}}\right)^2 + X_d^2 \cdot I_n^2 + 2 \cdot \frac{U_n}{\sqrt{3}} \cdot X_d \cdot I_n \cdot \cos(90 + \varphi_n)}$$

$$E_{wn} = \sqrt{\left(\frac{10,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3}}\right)^2 + 14,7^2 \cdot 824,79^2 + 2 \cdot \frac{10,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot 14,7 \cdot 824,79 \cdot \sin \varphi_n}$$

$$E_{wn} = \sqrt{\left(\frac{10,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3}}\right)^2 + 14,7^2 \cdot 824,79^2 + 2 \cdot \frac{10,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot 14,7 \cdot 824,79 \cdot \sqrt{1 - 0,85^2}}$$

$$E_{wn} = 16161,28 \text{ V}$$

W celu utrzymania znamionowego napięcia twornika dla obciążenia RL $\underline{Z} = (10,0 + 10,0j) \Omega$, należy wyregulować prąd wzbudzenia, tak aby napięcie indukowane wyniosło $E_w = 11,423 \text{ kV}$. Znając napięcie SEM - E_w można wyznaczyć wartość prądu wzbudzenia, jaką należy nastawić, aby otrzymać takie napięcie

$$I_w = \frac{11,423}{16,161} \cdot 350 = 247,38 \text{ A}$$

W celu utrzymania znamionowego napięcia twornika dla obciążenia RC $\underline{Z} = (10,0 - 10,0j) \Omega$, należy wyregulować prąd wzbudzenia, tak aby napięcie indukowane wyniosło $E_w = 11,423 \text{ kV}$. Znając napięcie SEM - E_w można wyznaczyć wartość prądu wzbudzenia, jaką należy nastawić, aby otrzymać takie napięcie

$$I_w = \frac{4,737}{16,161} \cdot 350 = 102,58 \text{ A}$$

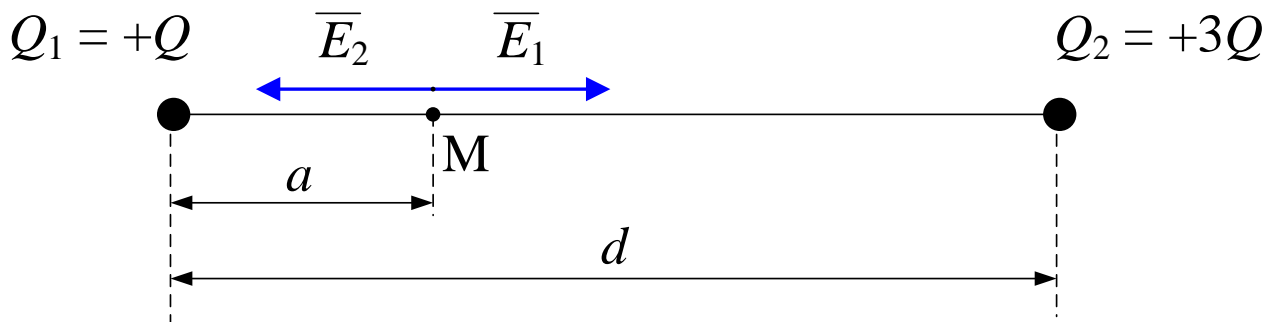
W celu utrzymania znamionowego napięcia twornika dla obciążenia RL $\underline{Z} = (10,0 + 10,0j) \Omega$, należy nastawić prąd wzbudzenia 247,4 A, natomiast dla obciążenia RC $\underline{Z} = (10,0 - 10,0j) \Omega$, należy nastawić prąd wzbudzenia 102,6 A.

Zadanie 3

Dwa jednoimienne ładunki punktowe Q i $3Q$ umieszczone są w odległości d . Na odcinku między tymi dwoma ładunkami należy wyznaczyć punkt, w którym wypadkowe natężenie pola elektrycznego jest równe zero oraz punkt, w którym wartości natężenia pola pochodzące od każdego ładunku są sobie równe i jednakowo skierowane.

ROZWIĄZANIE

Przypadek 1 – Na odcinku między tymi dwoma ładunkami należy wyznaczyć punkt, w którym wypadkowe natężenie pola elektrycznego jest równe zero.



Na rysunku zaznaczono wektory natężenia pola elektrycznego w punkcie M umieszczonym w odległości a od ładunku Q_1 , pochodzące od obu ładunków. Aby w tym punkcie wypadkowe natężenia obydwu pól było równe zero:

$$\overline{E}_1 + \overline{E}_2 = 0 \Rightarrow |E_1| = |E_2|$$

$$|E_1| = \frac{Q_1}{4\pi a^2} = \frac{Q}{4\pi a^2}$$

$$|E_2| = \frac{Q_2}{4\pi(d-a)^2} = \frac{3Q}{4\pi(d-a)^2}$$

$$\frac{Q}{a^2} = \frac{3Q}{(d-a)^2}$$

$$3a^2 = (d-a)^2$$

$$3a^2 = d^2 - 2ad + a^2$$

$$2a^2 + 2ad - d^2 = 0$$

Aby wyznaczyć szukaną odległość a od ładunku Q_1 musimy rozwiązać równanie kwadratowe.

$$\Delta = 4d^2 + 8d^2 = 12d^2$$

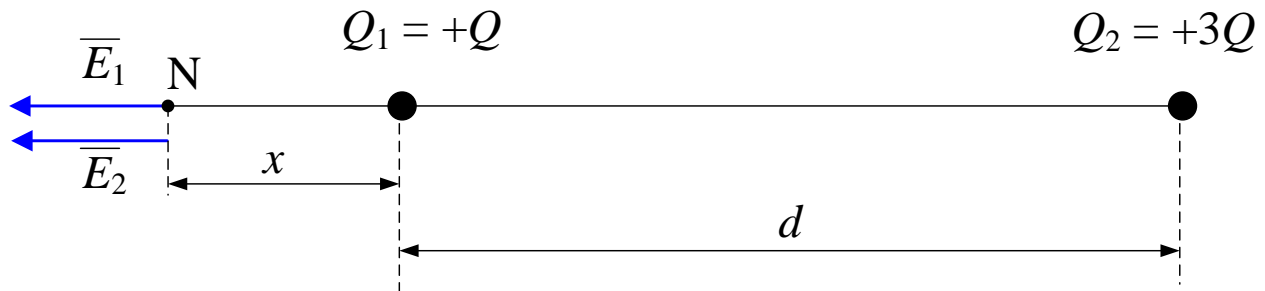
$$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3}d$$

$$a_1 = \frac{-2d - 2\sqrt{3}d}{4} = -\frac{d}{2}(1 + \sqrt{3}) = -1,37d$$

$$a_2 = \frac{-2d + 2\sqrt{3}d}{4} = -\frac{d}{2}(1 - \sqrt{3}) = 0,37d \text{ (wykluczamy, ponieważ wynik nie może być ujemny)}$$

W punkcie M znajdującym się w odległości $0,37d$ od ładunku Q_1 natężenie pola jest równe zero.

Przypadek 2 – Na odcinku między tymi dwoma ładunkami należy wyznaczyć punkt, w którym wartości natężenia pola pochodzące od każdego ładunku są sobie równe i jednakowo skierowane.



Na rysunku na prostej łączącej ładunki zaznaczono punkt N i wektory natężenia pola od każdego z nich.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow |E_1| = |E_2|$$

$$|E_1| = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon x^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon x^2}$$

$$|E_2| = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon(d+x)^2} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon(d+x)^2}$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon x^2} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon(d+x)^2}$$

$$3x^2 = (d+x)^2$$

$$2x^2 - 2xd - d^2 = 0$$

$$\Delta = 4d^2 + 8d^2 = 12d^2$$

$$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3}d$$

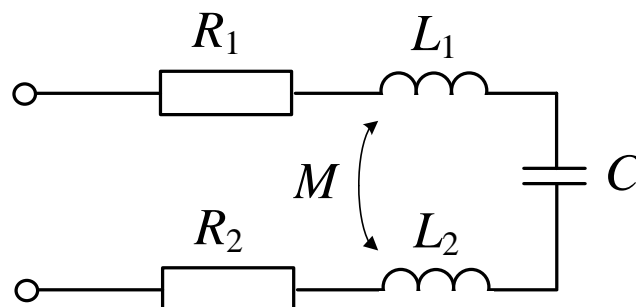
$$x_1 = \frac{2d+2\sqrt{3}d}{4} = \frac{d}{2}(1+\sqrt{3}) = 1,37d$$

$$x_2 = \frac{2d-2\sqrt{3}d}{4} = \frac{d}{2}(1-\sqrt{3}) \text{ odrzucamy.}$$

W punkcie N znajdującym się w odległości $1,37d$ od ładunku Q_1 natężenie pola pochodzące od każdego ładunku są sobie równe i jednakowo skierowane.

Zadanie 4

Obliczyć częstotliwości rezonansowe obwodu szeregowego złożonego z kondensatora o pojemności $C = 1,0 \mu\text{F}$ i dwóch cewek sprzężonych magnetycznie o parametrach $R_1 = 1,0 \Omega$, $R_2 = 2,0 \Omega$, $L_1 = 6,0 \text{ mH}$, $L_2 = 8,0 \text{ mH}$, $M = 4,5 \text{ mH}$ dla zgodnego i przeciwsobnego połączenia cewek. Schemat układu przedstawia rysunek 2.



Rysunek 2. Schemat obwodu elektrycznego z cewkami sprzężonymi magnetycznie

ROZWIĄZANIE

Dla połączenia szeregowego zgodnego cewek sprzężonych magnetycznie impedancja obwodu przedstawia się wzorem:

$$\underline{Z}_{zg} = R_1 + R_2 + j \cdot \left(\omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M - \frac{1}{\omega C} \right)$$

Warunkiem rezonansu szeregowego jest aby część urojona impedancji była równa 0. Zatem:

$$\omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\omega^2 L_1 C + \omega^2 L_2 C + 2\omega^2 M C = 1$$

$$\omega^2 (L_1 C + L_2 C + 2MC) = 1$$

Z powyższego równania można wyznaczyć pulsację przy jakiej wystąpi rezonans szeregowy

$$\omega_{\text{rez_zg}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C + L_2 C + 2MC}}$$

Zależność pomiędzy pulsacją a częstotliwością jest następująca $\omega = 2\pi f$, więc częstotliwość rezonansowa dla połączenia szeregowego zgodnego dwóch cewek wynosi:

$$f_{\text{rez_zg}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(L_1 + L_2 + 2M) \cdot C}}$$

$$f_{\text{rez_zg}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(6 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 \cdot 10^{-6}}}$$
$$f_{\text{rez_zg}} = 1050 \text{ Hz}$$

Dla połączenia szeregowego przeciwnego dwóch cewek sprzężonych magnetycznie impedancja obwodu przedstawia się wzorem:

$$\underline{Z}_p = R_1 + R_2 + j \cdot \left(\omega L_1 + \omega L_2 - 2\omega M - \frac{1}{\omega C} \right)$$

Warunkiem rezonansu szeregowego jest aby część urojona impedancji była równa 0. Zatem:

$$\omega L_1 + \omega L_2 - 2\omega M - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\omega^2 L_1 C + \omega^2 L_2 C - 2\omega^2 M C = 1$$

$$\omega^2 (L_1 C + L_2 C - 2MC) = 1$$

Z powyższego równania można wyznaczyć pulsację przy jakiej wystąpi rezonans szeregowy

$$\omega_{\text{rez_p}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C + L_2 C - 2MC}}$$

Zależność pomiędzy pulsacją a częstotliwością jest następująca $\omega = 2\pi f$, więc częstotliwość rezonansowa dla połączenia szeregowego przeciwnego dwóch cewek wynosi:

$$f_{\text{rez_p}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(L_1 + L_2 - 2M) \cdot C}}$$

$$f_{\text{rez_p}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(6 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 \cdot 10^{-6}}}$$
$$f_{\text{rez_p}} = 2252 \text{ Hz}$$

Częstotliwość rezonansowa dla połączenia szeregowego zgodnego dwóch cewek wynosi $f_{\text{rez_zg}} = 1050 \text{ Hz}$, natomiast częstotliwość rezonansowa dla połączenia szeregowego przeciwnego dwóch cewek wynosi $f_{\text{rez_p}} = 2252 \text{ Hz}$.

Zadanie 5

Transformator jednofazowy posiada następujące dane znamionowe: $S_N = 20,0 \text{ kVA}$, $U_{1N} = 6,0 \text{ kV}$, $U_{2N} = 0,23 \text{ kV}$, $f_N = 50,0 \text{ Hz}$. Z pomiarów rezystancji dolnego napięcia uzyskano wynik $R_2 = 0,032 \Omega$. Pomiary stanu jałowego wykonano zasilając uzwojenie dolnego napięcia (DN). Wyniki z pomiarów stanu jałowego są następujące: $U_o = 230 \text{ V}$, $I_o = 8,50 \text{ A}$, $P_o = 190 \text{ W}$, $f_N = 50,0 \text{ Hz}$. Następnie przeprowadzono próbę stanu zwarcia zasilając uzwojenie górnego napięcia (GN). Wyniki z pomiarów stanu zwarcia są następujące: $U_k = 220 \text{ V}$, $I_k = 2,75 \text{ A}$, $P_k = 420 \text{ W}$, $f_N = 50,0 \text{ Hz}$. Należy obliczyć parametry podłużne schematu zastępczego transformatora, a następnie należy obliczyć o ile zmieni się procentowe napięcie zwarcia oraz współczynnik mocy stanu zwarcia dla przypadku, gdy przy zwartych zaciskach strony DN strona GN zasilana będzie napięciem o częstotliwości $f_N = 60,0 \text{ Hz}$. W tym drugim przypadku należy również podać wartość skuteczną napięcia zwarcia, która spowoduje w uzwojeniach transformatora prąd o natężeniu równym wartościom znamionowym. Rozwiązując zadanie można dla stanu zwarcia pominąć wpływ prądu jałowego (gałęzi poprzecznej).

ROZWIĄZANIE

Obliczenia parametrów podłużnych schematu zastępczego transformatora.

Impedancja zwarcia transformatora

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k} = \frac{220}{2,75} = 80,00 \Omega$$

Rezystancja zwarcia transformatora

$$R_k = \frac{P_k}{I_k^2} = \frac{420}{2,75^2} = 55,54 \Omega$$

Rezystancja uzwojenia dolnego napięcia przeliczonego na stronę górnego napięcia

$$R'_2 = R_2 \cdot \left(\frac{U_{1n}}{U_{2n}}\right)^2 = 0,032 \cdot \left(\frac{6000}{230}\right)^2 = 21,78 \Omega$$

Rezystancja uzwojenia górnego napięcia

$$R_1 = R_k - R'_2 = 55,54 - 21,78 = 33,76 \Omega$$

Reaktancja uzwojenia górnego napięcia oraz reaktancja uzwojenia dolnego napięcia przeliczonego na stronę górnego napięcia

$$X_1 = X'_2 = 0,5 \cdot \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 0,5 \cdot \sqrt{80,00^2 - 55,54^2} = 28,79 \Omega$$

Reaktancja indukcyjna zwarcia transformatora

$$X_{k_{50\text{Hz}}} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{80,00^2 - 55,54^2} = 57,58 \Omega$$

Znamionowy prąd uzwojenia górnego napięcia

$$I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{20000}{6000} = 3,33 \text{ A}$$

Procentowe napięcie zwarcia dla częstotliwości równej 50 Hz

$$u_{k\%_{50\text{Hz}}} = \frac{Z_k \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100\% = \frac{80,00 \cdot 3,33}{6000} \cdot 100\% = 4,44\%$$

Współczynnik mocy dla stanu zwarcia dla częstotliwości równej 50 Hz

$$\cos\varphi_{k_{50\text{Hz}}} = \frac{R_k}{Z_k} = \frac{55,54}{80,00} = 0,6942$$

Wyznaczenie reaktancji indukcyjnej dla częstotliwości 60 Hz

$$X_{k_{60\text{Hz}}} = \frac{f}{f_n} \cdot 2 \cdot X_{k_{50\text{Hz}}} = \frac{60}{50} 2 \cdot 57,58 = 69,10 \Omega$$

Impedancja zwarcia transformatora dla częstotliwości 60 Hz

$$Z_{k_{60\text{Hz}}} = \sqrt{R_k^2 + X_{k_{60\text{Hz}}}^2} = \sqrt{55,54^2 + 69,10^2} = 88,65 \Omega$$

Procentowe napięcie zwarcia dla częstotliwości równej 60 Hz

$$u_{k\%_{60\text{Hz}}} = \frac{Z_{k_{60\text{Hz}}} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100\% = \frac{88,65 \cdot 3,33}{6000} \cdot 100\% = 4,925\%$$

Współczynnik mocy dla stanu zwarcia dla częstotliwości równej 60 Hz

$$\cos\varphi_{k_{60\text{Hz}}} = \frac{R_k}{Z_{k_{60\text{Hz}}}} = \frac{55,54}{88,65} = 0,6265$$

Procentowe napięcie zwarcia wzrośnie o

$$u_{k\%} = \frac{u_{k\%_{60\text{Hz}}} - u_{k\%_{50\text{Hz}}}}{u_{k\%_{50\text{Hz}}}} \cdot 100\% = \frac{4,925 - 4,444}{4,444} \cdot 100\% = 10,81\%$$

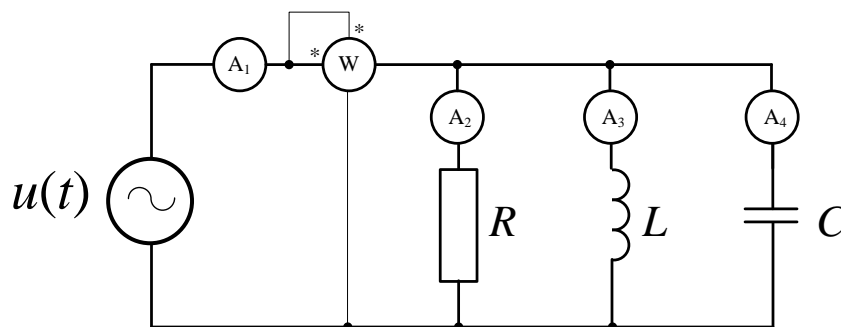
Współczynnik mocy stanu zwarcia zmniejszy się o

$$\cos\varphi_k = \frac{\cos\varphi_{k_{60\text{Hz}}} - \cos\varphi_{k_{50\text{Hz}}}}{\cos\varphi_{k_{50\text{Hz}}}} \cdot 100\% = \frac{0,6265 - 0,6942}{0,6942} \cdot 100\% = 9,76\%$$

Procentowe napięcie zwarcia po zasilaniu napięciem o częstotliwości wzrośnie o 10,81%, natomiast współczynnik mocy zmniejszy się o 9,76%.

Zadanie 6

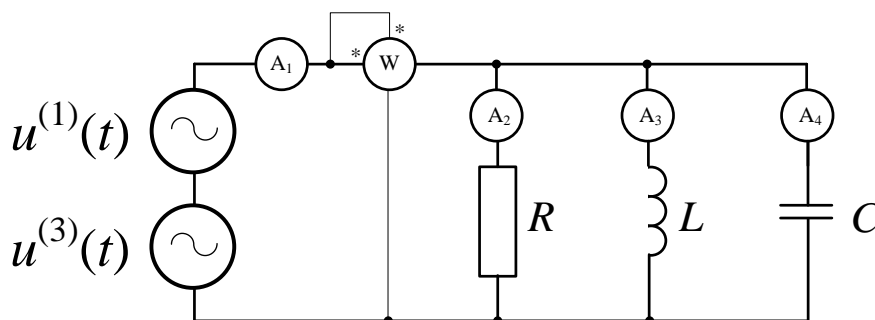
Odbiornik o rezystancji $R = 80 \Omega$ zasilany jest ze źródła napięcia odkształconego $u(t)$. Do niego dołączono równolegle dwójnik LC. Schemat analizowanego obwodu przedstawiono na rysunku 3. Reaktancja indukcyjna i pojemnościowa elementów w dwójniku LC dla pewnej częstotliwości f są równe, odpowiednio $X_{Lf} = 10 \Omega$ i $X_{Cf} = 90 \Omega$. Oblicz wskazanie idealnego watomierza elektrodynamicznego oraz wskazania idealnych amperomierzy elektromagnetycznych. Napięcie zasilające określone jest następującym równaniem czasowym $u(t) = (325 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \pi/6) + 162 \cdot \sin(3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \pi/3)) \text{ V}$.



Rysunek 3. Obwód elektryczny składający się z równoległego połączenia RLC

ROZWIĄZANIE

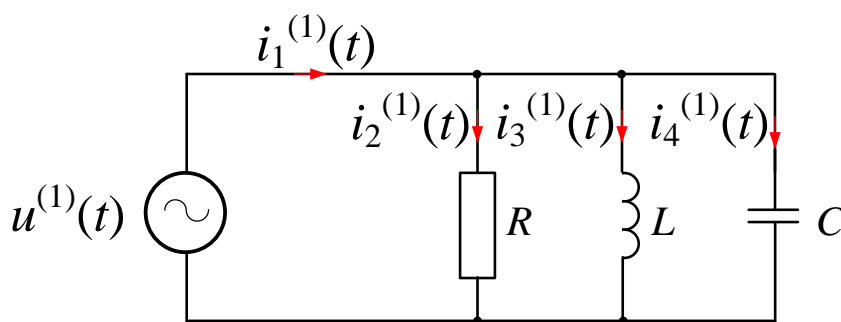
Z treści zadania wiadomo, że należy wyznaczyć wskazanie watomierza i amperomierzy przy zasilaniu napięciem odkształconym. W tym celu odkształcone napięcie należy zastąpić przez dwa źródła napięcia: pierwszą harmoniczną $u_1(t)$ i trzecią harmoniczną $u_3(t)$, tak jak pokazano na rysunku 1.



Rys. 1.

Dwa prądy wywołane przez każde źródło napięcia będą wyznaczane osobno a więc należy rozpatrzyć dwa obwody, tak jak przedstawiono na rysunku 2 i 3.

1. Obliczenia dla pierwszej harmonicznego napięcia



Rys. 3. Schemat analizowanego obwodu dla pierwszej harmonicznego napięcia

$$\underline{Z}_{12}^{(1)} = \frac{R \cdot jX_L^{(1)}}{R + jX_L^{(1)}} = \frac{80 \cdot 10j}{80 + 10j} = (1,2308 + 9,8462j) \Omega$$

$$\underline{Z}_Z^{(1)} = \frac{\underline{Z}_{12}^{(1)} \cdot (-jX_C^{(1)})}{\underline{Z}_{12}^{(1)} - jX_C^{(1)}} = \frac{(1,2308 + 9,8462j) \cdot (-90j)}{1,2308 + 9,8462j - 90j} = (1,5514 + 11,0318j) \Omega$$

$$\underline{I}_1^{(1)} = \frac{\underline{U}^{(1)}}{\underline{Z}_Z^{(1)}} = \frac{\frac{325}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{6}}}{1,5514 + 11,0318j} = (12,7015 - 16,2544j) \text{ A}$$

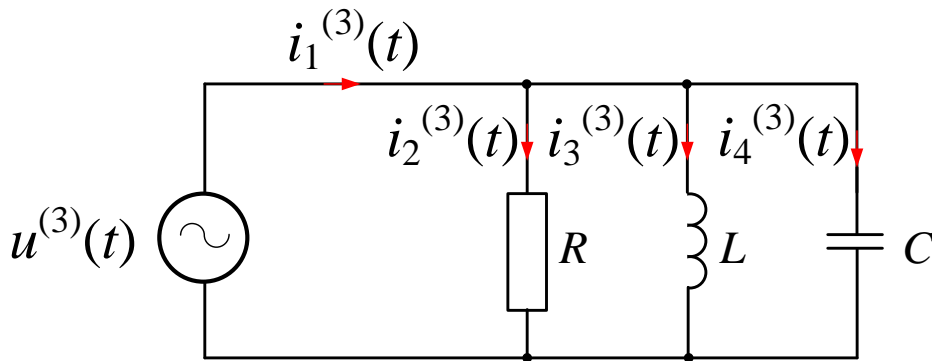
$$I_{\text{RMS}_1}^{(1)} = \sqrt{12,7015^2 + (-16,2544)^2} = 20,6285 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2^{(1)} = \frac{\underline{U}^{(1)}}{R} = \frac{\frac{325}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{6}}}{80} = (2,4878 + 1,4363j) \text{ A}; \quad I_{\text{RMS}_2}^{(1)} = \sqrt{2,4878^2 + 1,4363^2} = 2,8726 \text{ A}$$

$$\underline{I}_3^{(1)} = \frac{\underline{U}^{(1)}}{jX_L^{(1)}} = \frac{\frac{325}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{6}}}{10j} = (11,4905 - 19,9021j) \text{ A}; \quad I_{\text{RMS}_3}^{(1)} = \sqrt{11,4905^2 + (-19,9021)^2} = 22,981 \text{ A}$$

$$\underline{I}_4^{(1)} = \frac{\underline{U}^{(1)}}{-jX_C^{(1)}} = \frac{\frac{325}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{6}}}{-90j} = (-1,2767 + 2,2113j) \text{ A}; \quad I_{\text{RMS}_4}^{(1)} = \sqrt{(-1,2767)^2 + 2,2113^2} = 2,5534 \text{ A}$$

2. Obliczenia dla trzeciej harmonicznej napięcia



Rys 4. Schemat analizowanego obwodu dla trzeciej harmonicznej napięcia

$$\underline{Z}_{12}^{(3)} = \frac{R \cdot jX_L^{(3)}}{R + jX_L^{(3)}} = \frac{80 \cdot (3 \cdot 10)j}{80 + (3 \cdot 10)j} = (9,863 + 26,3014j) \Omega$$

$$\underline{Z}_Z^{(3)} = \frac{\underline{Z}_{12}^{(3)} \cdot (-jX_C^{(3)})}{\underline{Z}_{12}^{(3)} - jX_C^{(3)}} = \frac{(9,863 + 26,3014j) \cdot \left(-\left(\frac{90}{3}\right)j\right)}{9,863 + 26,3014j - \left(\frac{90}{3}\right)j} = 80,00 \Omega$$

$$\underline{I}_1^{(3)} = \frac{\underline{U}^{(3)}}{\underline{Z}_Z^{(3)}} = \frac{\frac{162}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{3}j}}{80} = (0,7159 - 1,2401j) \text{ A}; \quad I_{\text{RMS}_1}^{(3)} = \sqrt{0,7159^2 + (-1,2401)^2} = 1,4319 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2^{(3)} = \frac{\underline{U}^{(3)}}{R} = \frac{\frac{162}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{3}j}}{80} = (0,7159 - 1,2401j) \text{ A}; \quad I_{\text{RMS}_2}^{(3)} = \sqrt{0,7159^2 + (-1,2401)^2} = 1,4319 \text{ A}$$

$$\underline{I}_3^{(3)} = \frac{\underline{U}^{(3)}}{jX_L^{(3)}} = \frac{\frac{162}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{3}j}}{(3 \cdot 10)j} = (-3,3068 - 1,9092j) \text{ A}; \quad I_{\text{RMS}_3}^{(3)} = \sqrt{(-3,3068)^2 + (-1,9092)^2} = 3,8184 \text{ A}$$

$$\underline{I}_4^{(3)} = \frac{\underline{U}^{(3)}}{j-X_C^{(3)}} = \frac{\frac{162}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{3}j}}{-\left(\frac{90}{3}\right)j} = (3,3068 + 1,9092j) \text{ A}; \quad I_{\text{RMS}_4}^{(3)} = \sqrt{3,3068^2 + 1,9092^2} = 3,8184 \text{ A}$$

Wartość jaką wskażą amperomierze wyznacza się z zależności:

$$I_{A1} = \sqrt{I_{\text{RMS}_1}^{(1)2} + I_{\text{RMS}_1}^{(3)2}} = \sqrt{20,6285^2 + 1,4319^2} = 20,6782 \text{ A}$$

$$I_{A2} = \sqrt{I_{\text{RMS}_2}^{(1)2} + I_{\text{RMS}_2}^{(3)2}} = \sqrt{2,8726^2 + 1,4319^2} = 3,2097 \text{ A}$$

$$I_{A3} = \sqrt{I_{\text{RMS}_3}^{(1)2} + I_{\text{RMS}_3}^{(3)2}} = \sqrt{22,981^2 + 3,8184^2} = 23,296 \text{ A}$$

$$I_{A4} = \sqrt{I_{\text{RMS}_4}^{(1)2} + I_{\text{RMS}_4}^{(3)2}} = \sqrt{2,5534^2 + 3,8184^2} = 4,5935 \text{ A}$$

$$P_W = \left(I_{\text{RMS}_1}^{(1)}\right)^2 \cdot R = 20,6285^2 \cdot 80 + 1,4319^2 \cdot 80 = 824,1813 \text{ W}$$

Amperomierze elektromagnetyczne wskażą wartości $I_{A1} = 20,7 \text{ A}$, $I_{A2} = 3,21 \text{ A}$, $I_{A3} = 23,3 \text{ A}$, $I_{A4} = 4,59 \text{ A}$, natomiast watomierz wskaże 824 W.