



POLITECHNIKA
OPOLSKA



POLITECHNIKA
BYDGOSKA
Wydział Telekomunikacji,
Informatyki i Elektrotechniki



Ministerstwo
Edukacji i Nauki

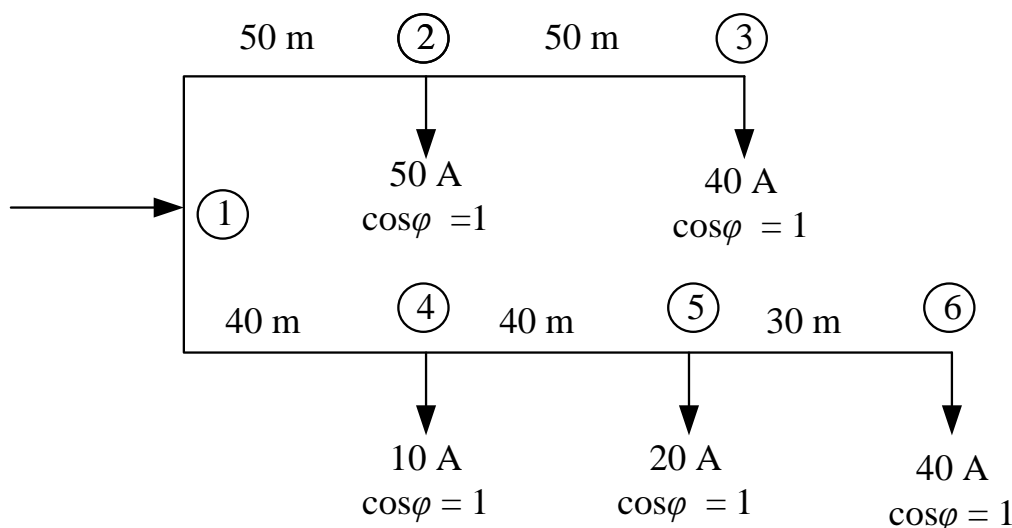


„EUROELEKTRA”
Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Energetycznej
Rok szkolny 2023/20234

Rozwiązania zadań dla grupy energetycznej na zawody II stopnia

Zadanie 1

Z sieci elektroenergetycznej prądu przemiennego trójfazowego o napięciu znamionowym 400 V zasilono pięciu odbiorców. Obliczyć maksymalny spadek napięcia (w stosunku do napięcia międzyfazowego) w instalacji elektrycznej, której schemat przedstawiono na rysunku 1. Pole przekroju poprzecznego przewodów instalacyjnych jest równe $16,0 \text{ mm}^2$, a konduktywność materiału żył jest równa $35,0 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$.



Rysunek 1. Schemat instalacji elektrycznej

ROZWIĄZANIE

W celu wyznaczenia spadków napięć w analizowanej sieci elektroenergetycznej należy w pierwszej kolejności wyznaczyć rozptył prądu, w tym celu wykorzystywane jest I Prawo Kirchhoffa.

$$\begin{aligned} I_{23} &= I_3 = 40 \text{ A} \\ I_{12} &= I_{23} + I_2 = 90 \text{ A} \\ I_{56} &= I_6 = 40 \text{ A} \\ I_{45} &= I_{56} + I_5 = 60 \text{ A} \\ I_{14} &= I_{45} + I_4 = 70 \text{ A} \end{aligned}$$

Spadek napięcia w poszczególnych odcinkach wyznaczmy z zależności:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \sqrt{3} \cdot I \cdot R \\ \Delta U_{23} &= \sqrt{3} \cdot I_{23} \cdot R_{23} = \sqrt{3} \cdot 40 \cdot \frac{50}{16 \cdot 35} = 6,19 \text{ V} \\ \Delta U_{12} &= \sqrt{3} \cdot I_{12} \cdot R_{12} = \sqrt{3} \cdot 90 \cdot \frac{50}{16 \cdot 35} = 13,92 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta U_{56} &= \sqrt{3} \cdot I_{56} \cdot R_{56} = \sqrt{3} \cdot 40 \cdot \frac{30}{16 \cdot 35} = 3,71 \text{ V} \\ \Delta U_{45} &= \sqrt{3} \cdot I_{45} \cdot R_{45} = \sqrt{3} \cdot 60 \cdot \frac{40}{16 \cdot 35} = 7,42 \text{ V} \\ \Delta U_{14} &= \sqrt{3} \cdot I_{14} \cdot R_{14} = \sqrt{3} \cdot 70 \cdot \frac{40}{16 \cdot 35} = 8,66 \text{ V}\end{aligned}$$

Spadek napięcia w sieci prądu przemiennego trójfazowego wyznaczymy z zależności:

$$\Delta U_{13} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} = 13,92 + 6,19 = 20,10 \text{ V}$$

$$\Delta U_{16} = \Delta U_{14} + \Delta U_{45} + \Delta U_{56} = 8,66 + 7,42 + 3,71 = 19,79 \text{ V}$$

Maksymalny spadek napięcia w sieci prądu przemiennego trójfazowego o napięciu znamionowym 400 V będzie występował w torze pomiędzy węzłami 1 a 3 i wynosić będzie 20,1 V.

Zadanie 2

Jaki będzie przyrost temperatury wody użytkowej otrzymanej z kolektora słonecznego płaskiego o powierzchni 2,00 m², jeżeli jego sprawność wynosi 82,0%, a strumień wody w rurkach kolektora o średnicy wewnętrznej 10,0 mm wynosi 2,00 dm³/min. Wykonując obliczenia można przyjąć, że natężenie promieniowania $E = 1100 \text{ W/m}^2$, średnia gęstość wody $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ a ciepło właściwe wody wynosi $c_p = 4190 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$.

ROZWIĄZANIE

Sprawność kolektora można wyrazić zależnością

$$\eta = \frac{\dot{Q}}{E \cdot S} 100\% = \frac{\dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T}{E \cdot S} 100\%$$

Przekształcając zależność można wyznaczyć przyrost temperatury wody użytkowej

$$\Delta T = \frac{\eta \cdot E \cdot S}{\dot{m} \cdot c_p \cdot 100\%}$$

Strumień masy wody związany z jest prędkością przepływu wody w rurkach kolektora:

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho$$

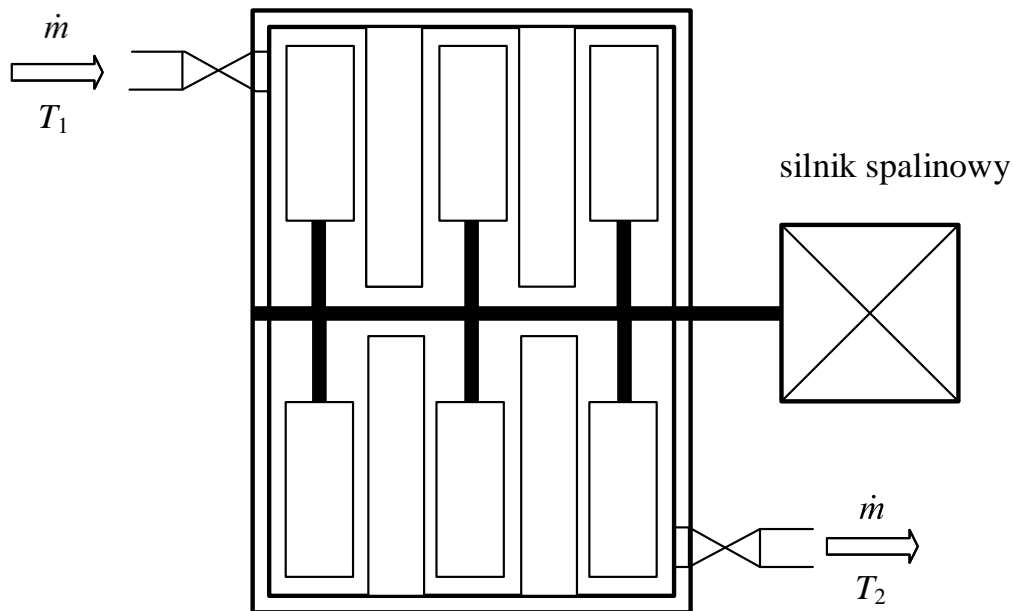
Podstawiając zależność na strumień wody do równania umożliwiającego wyznaczenie przyrostu temperatury i dokonując podstawowych przekształceń otrzymujemy równanie

$$\begin{aligned}\Delta T &= \frac{\eta \cdot E \cdot S}{\dot{V} \cdot \rho \cdot c_p \cdot 100\%} \\ \Delta T &= \frac{82\% \cdot 1100 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \cdot 2 [\text{m}^2]}{\frac{2}{60} \left[\frac{\text{dm}^3}{\text{s}} \right] \cdot 1 \left[\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \right] \cdot 4190 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \cdot 100\%} \\ \Delta T &= 12,9 \text{ K} = 12,9 \text{ }^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

Zadanie 3

Jaką będzie miał moc silnik spalinowy dla danych otrzymanych z pomiaru za pomocą hamulca: długość ramienia $l = 0,2385$ m, siła nacisku dźwigu $F = 255$ N, prędkość obrotową wału silnika $n = 3000$ obr/min. Jaka będzie temperatura wody wypływającej z hamulca.

Zakładając, że całe ciepło wydzielone podczas hamowania silnika podgrzewa wodę płynącą pomiędzy wieńcem łopat hamulca i obudową. Dane z pomiarów: temperatura wody zasilającej $t_1 = 10$ °C, masa strumienia wody $\dot{m} = 1,0$ kg/s. Do obliczeń można przyjąć, że ciepło właściwe wody wynosi $c_p = 4190$ J/(kg·K).



Rysunek 3. Schemat hamulca wodnego

ROZWIĄZANIE

Moc rozwijana przez silnik można wyrazić przez moment obrotowy i jego prędkość kątową

$$P = M \cdot \omega$$

Moment siły można wyrazić przez siłę nacisku i długość ramienia

$$M = F \cdot l = 255 \cdot 0,2385 = 60,82 \text{ J}$$

Między prędkością kątową a prędkością obrotową jest następująca zależność

$$\omega = \frac{2\pi}{60} \cdot n = \frac{2\pi}{60} \cdot 3000 = 314,159 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Znając moment siły i prędkość kątową można wyznaczyć moc rozwijaną przez silnik

$$P = 60,82 \cdot 314,159 = 19107 \text{ W}$$

Ogrzanie wody wynika z bilansu mocy cieplnej: $P = \dot{Q}$

$$P = \dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Z powyższego równania można wyznaczyć podgrzanie wody

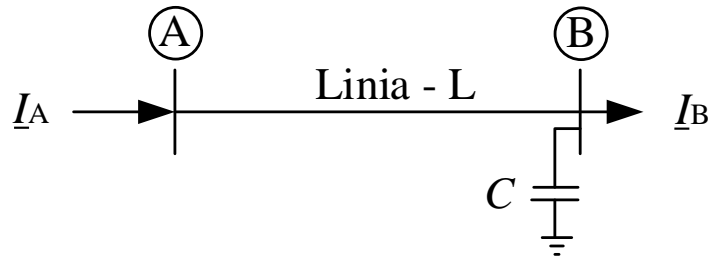
$$\Delta T = \frac{P}{\dot{m} \cdot c_p} = \frac{19107}{1 \cdot 4190} = 4,6 \text{ K}$$

Szukaną temperaturę na wypływie można wyznaczyć

$$t_2 = t_1 + \Delta T = 10,0 + 4,6 = 14,6 \text{ °C}$$

Zadanie 5

Dany jest układ sieci prądu przemiennego trójfazowego o napięciu znamionowym 15 kV, który przedstawiony jest na rysunku 3. Należy obliczyć, moc baterii kondensatorów równoległych C , aby napięcie na końcu linii było utrzymane w granicach $U_n \pm 10\%$.



Rysunek 3. Schemat sieci elektroenergetycznej

Dane:

$$\underline{U}_A = 15,0 \text{ kV}$$

$$R_L = 4,78 \, \Omega, X_L = 5,40 \, \Omega,$$

$$\underline{I}_B = (138 - j100) \text{ A}$$

ROZWIĄZANIE

Napięcie w punkcie B nie może być niższe niż 13,5 kV i wyższe niż 16,5 kV. Jeśli napięcie w punkcie A wynosi 15 kV, to spadek napięcia nie może być większy niż 1,5 kV.

Stratę napięcia w jednej fazie linii zasilającej $\Delta \underline{U}_L$ można wyznaczyć z zależności

$$\Delta \underline{U}_L = (R_L + jX_L) \cdot \underline{I}_L = (R_L + jX_L) \cdot (\underline{I}_B + \underline{I}_C)$$

$$\Delta \underline{U}_L = (4,78 + 5,40j) \cdot (138 - 100j + jI_C)$$

$$\Delta \underline{U}_L = 4,78 \cdot 138 - 4,78 \cdot 100j + 4,78 \cdot jI_C + 5,40j \cdot 138 + 5,40 \cdot 100 - 5,40 \cdot I_C$$

$$\Delta \underline{U}_L = 1199,64 - 5,40 \cdot I_C + (267,1 + 4,78 \cdot I_C)j$$

Spadek napięcia w jednej fazie linii zasilającej ΔU_L można wyznaczyć z zależności

$$\Delta U_L = \text{Re}(\Delta \underline{U}_L)$$

$$\Delta U_L = \text{Re}(\Delta \underline{U}_L) = \text{Re}(1199,64 - 5,40 \cdot I_C + (267,1 + 4,78 \cdot I_C)j)$$

$$\Delta U_L = 1199,64 - 5,40 \cdot I_C$$

Z treści zadania wiadomo, że dla układu trójfazowego spadek napięcia nie może być większy niż 1500V. Wykorzystując tę informację można wyznaczyć prąd baterii kondensatorów z zależności

$$1500 = \sqrt{3} \cdot \Delta U_L = \sqrt{3} \cdot (1199,64 - 5,40 \cdot I_C)$$

Przekształcając powyższą zależność prąd baterii kondensatorów

$$I_C = \frac{(\sqrt{3} \cdot 1199,64 - 1500)}{\sqrt{3} \cdot 5,40} = 61,8 \text{ A}$$

Moc baterii kondensatorów jest więc równa:

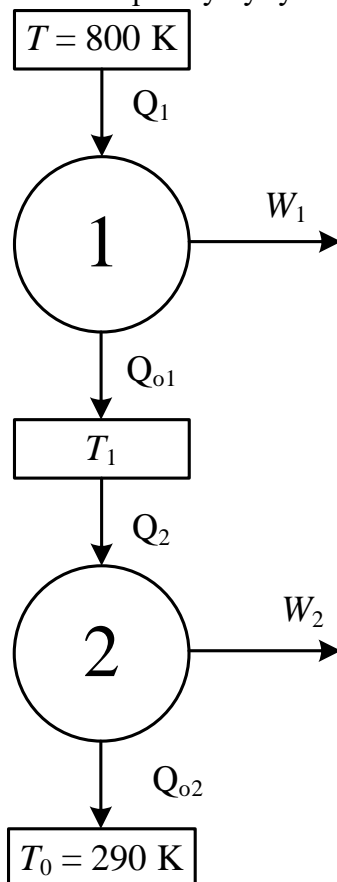
$$Q_C = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_C = \sqrt{3} \cdot 15,0 \cdot 61,8 = 1605 \text{ kvar}$$

Zadanie 5

Dwie ciepłne maszyny Carnota pracują szeregowo pomiędzy źródłami o temperaturach 800 K a 290 K. Pierwsza maszyna oddaje energię 400 kJ do drugiej maszyny. Obie maszyny posiadają tę samą sprawność. Należy obliczyć: temperaturę źródła drugiej maszyny (równa jest ona temperaturze wyjściowej pierwszej maszyny), ciepło pobrane przez pierwszą maszynę, pracę wykonaną przez każdą maszyną oraz sprawność obu maszyn.

ROZWIĄZANIE

Schemat maszyn ciepłych przedstawiono na poniższym rysunku



Rysunek. Schemat maszyn ciepłych

Sprawność η silnika ciepłego definiujemy jako

$$\eta = 1 - \frac{Q_{od}}{Q_d}$$

Korzystając z równania stanu gazu doskonałego i z pierwszej zasady termodynamiki można pokazać, że sprawność silnika Carnota (dla gazu doskonałego) wynosi

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Z treści wiadomo, że obie maszyny posiadają tę samą sprawność

$$\eta_1 = \eta_2$$
$$1 - \frac{Q_{o1}}{Q_1} = 1 - \frac{Q_{o2}}{Q_{o1}} \quad (1) \quad \text{ i } \quad 1 - \frac{T_1}{T} = 1 - \frac{T_0}{T_1} \quad (2)$$

Z równania (2) można wyznaczyć temperaturę wyjściową pierwszej maszyny

$$T_1 = \sqrt{T_0 \cdot T} = \sqrt{800 \cdot 290}$$
$$T_1 = \pm 482 \text{ K}$$

Do dalszych obliczeń należy przyjąć wartość dodatnią ponieważ, temperatura T_1 musi zawierać się pomiędzy T a T_0 .

Po wyznaczeniu temperatury wyjściowej pierwszej maszyny możemy wyznaczyć ciepło pobrane przez pierwszą maszynę, w tym celu równanie 1 należy przekształcić do postaci:

$$1 - \frac{Q_{o1}}{Q_1} = 1 - \frac{T_1}{T}$$

$$Q_1 = Q_{o1} \cdot \frac{T}{T_1} = 400 \cdot \frac{800}{482} = 664 \text{ kJ}$$

Po wyznaczeniu ciepła pobranego przez pierwszą maszynę można wyznaczyć pracę jaką ona wykonała.

$$W_1 = Q_1 - Q_{o1} = 664 - 400 = 264 \text{ kJ}$$

Sprawność obu maszyn wynosi

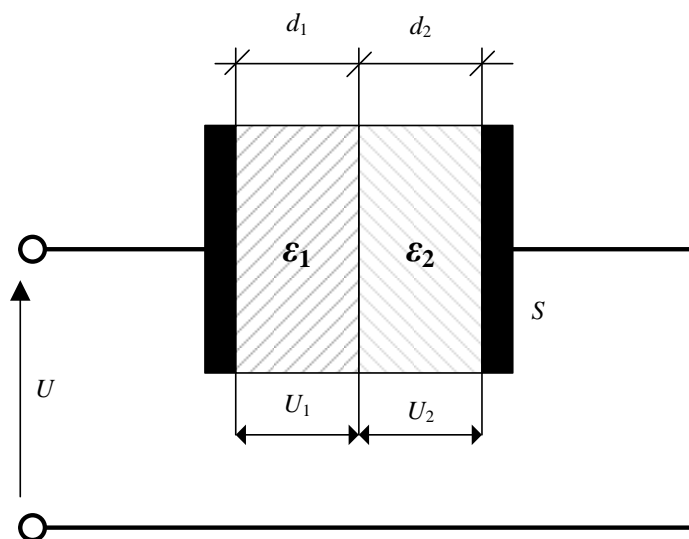
$$\eta_1 = \eta_2 = 1 - \frac{400}{664} = 0,398$$

Analizując schemat maszyn cieplnych przedstawiony na rysunku można zauważyć, że energia oddana przez pierwszą maszynę jest równa energii dostarczanej do maszyny drugiej, $Q_2 = Q_{o1}$. Wykorzystując zależność na sprawność można wyznaczyć pracę wykonaną przez drugą maszynę.

$$W_2 = \eta_2 \cdot Q_2 = 0,398 \cdot 400 = 159 \text{ kJ}$$

Zadanie 6

Dany jest kondensator płaski, który ma dwie warstwy dielektryczne. Pierwsza warstwa wykonana jest z miki o parametrach $d_1 = 3,0 \text{ mm}$ i $\epsilon_{r1} = 6,0$, druga warstwa wykonana jest ze szkła o parametrach $d_2 = 3,5 \text{ mm}$ i $\epsilon_{r2} = 7,0$. Pole powierzchni jednej okładziny wynosi $S = 100 \text{ cm}^2$. Napięcie doprowadzone do kondensatora wynosi $U = 6,0 \text{ kV}$. Należy obliczyć pojemność każdej warstwy i pojemność całego kondensatora oraz wyznaczyć rozkład napięć na poszczególnych warstwach. Przenikalność dielektryczna próżni wynosi $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$.



Rysunek 5. Kondensator płaski dwuwarstwowy

ROZWIĄZANIE

Pojemność poszczególnych warstw można obliczyć z zależności $C = \frac{\epsilon}{d} S$

Pojemność pierwszej warstwy wynosi:

$$C_1 = \frac{\epsilon_1}{d_1} \cdot S = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1}}{d_1} \cdot S = \frac{8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 6}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 177,1 \text{ pF}$$

Pojemność drugiej warstwy wynosi:

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2}{d_2} \cdot S = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2}}{d_2} \cdot S = \frac{8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 7}{3,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 177,1 \text{ pF}$$

Pojemność całego kondensatora wynosi

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{177,1 \cdot 177,1}{177,1 + 177,1} = 88,55 \text{ pF}$$

Rozkład napięć oblicza się na podstawie reguły dzielnika pojemnościowego

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U \quad \text{oraz} \quad U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U$$

W zadaniu pojemność pierwszej warstwy równa się pojemności drugiej warstwy $C_1 = C_2$, napięcie rozkłada się na obydwu warstwach jednakowo i wynoszą

$$U_1 = U_2 = \frac{1}{2} U = 3,0 \text{ kV}$$