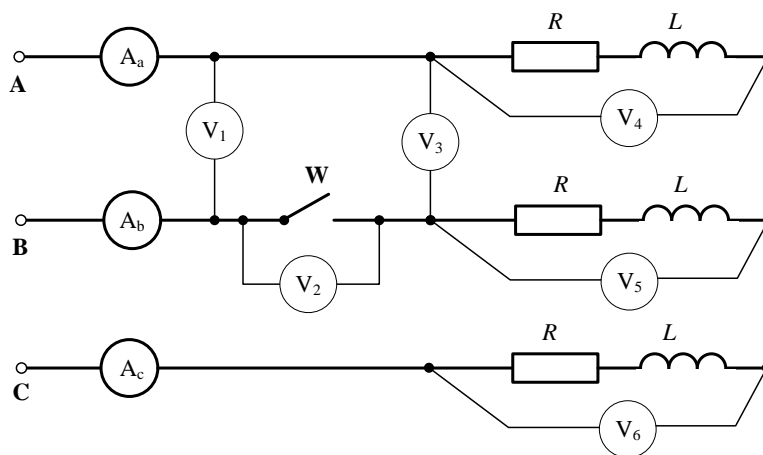


**„EUROELEKTRA”**  
**Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Energetycznej**  
**Rok szkolny 2023/2024**

**Rozwiązania zadań dla grupy elektrycznej na zawody II stopnia**

**Zadanie 1**

W odbiorniku połączonym w gwiazdę symetryczną o parametrach  $R = 8,00 \, \Omega$ ,  $X_L = 6,00 \, \Omega$  nastąpiła przerwa w zasilaniu fazy B jak na rysunku 1. Napięcie zasilające jest symetryczne i wynosi 400 V (napięcie międzyfazowe). Wyznaczyć wskazania idealnych mierników.



Rysunek 1. Schemat obwodu elektrycznego

**ROZWIĄZANIE**

Przerwa, która nastąpiła w fazie B oznacza  $I_b = 0,0 \, \text{A}$

Wartości skuteczne prądów w fazie A i C są sobie równe i wynoszą:

$$I_a = I_c = \frac{U_p}{\sqrt{(2R)^2 + (2X_L)^2}} = \frac{400}{\sqrt{16,0^2 + 12,0^2}} = \frac{400}{\sqrt{400}} = 20,0 \, \text{A}$$

Woltomierz  $V_1$  wskaże  $U_1 = 380 \text{V}$ , woltomierz  $V_4$  i  $V_6$  pokażą spadek napięcia na odbiorniku:

$$U_4 = U_6 = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot I_a = \sqrt{8,0^2 + 6,0^2} \cdot 20,0 = 10,0 \cdot 20,0 = 200 \, \text{V}$$

Woltomierz  $V_5$  pokaże  $U_5 = 0 \, \text{V}$  bo prąd  $I_b = 0 \text{A}$ , natomiast  $V_3 \rightarrow U_3 = 200 \text{V}$ .

Woltomierz włączony na otwartym wyłączniku  $V_2$  zgodnie z II prawem Kirchoffa wskaże:

$$U_2 = \sqrt{400^2 - 200^2} = 346,4 \, \text{V}$$

Odpowiedzi:

$$I_a = I_c = 20,0 \text{ A},$$

$$I_b = 0,0 \text{ A},$$

$$U_1 = 400 \text{ V}, U_2 = 346 \text{ V}, U_3 = U_4 = U_6 = 200 \text{ V}, U_5 = 0 \text{ V}.$$

## Zadanie 2

Określić wartość pojemności kondensatora idealnego znajdującego się w obwodzie pośredniczącym przemiennika częstotliwości, jeśli przy poborze stałego prądu  $I_t = 1,00 \text{ A}$  przez część falownikową przemiennika napięcie na kondensatorze nie może być niższe od 95% napięcia maksymalnego dla prostownika jednofazowego dwupulsowego mostkowego (Gretza). Przyjąć, że wartość skuteczna napięcia fazowego strony wtórnej transformatora dołączonego do mostka Gretza wynosi  $U_2 = 230 \text{ V}$ , a w procesie dostarczania energii do kondensatora z prostownika zbudowanego z diod idealnych kondensator jest początkowo naładowany do napięcia  $0,95\sqrt{2}U_2$ .

## ROZWIĄZANIE

Po zakończeniu cyklu ładowania kondensatora diody przechodzą w stan zaworowy. Rozpoczyna się dostarczanie energii do części falownikowej przemiennika przy stałym prądzie, co skutkuje zmniejszaniem napięcia na kondensatorze. Maksymalny spadek napięcia na kondensatorze może wynosić tylko 5% czyli  $0,05\sqrt{2}U_2$ . Aby obliczyć pojemność kondensatora powinniśmy z przebiegu napięcia wyprostowanego określić czas po którym podana wartość napięcia jest uzyskana rozpoczynając liczenie czasu od chwili zakończenia procesu ładowania kondensatora:

$$t_{roz} = 0,005 + \frac{\arcsin(0,95)}{100\pi} \cong 8,989 \text{ ms}.$$

Początkowy ładunek kondensatora po procesie ładowania wynosi:  $Q_p = \sqrt{2}U_2C = U_pC$ , gdzie  $C$  jest pojemnością kondensatora. Następnie ładunek maleje zgodnie z zależnością:

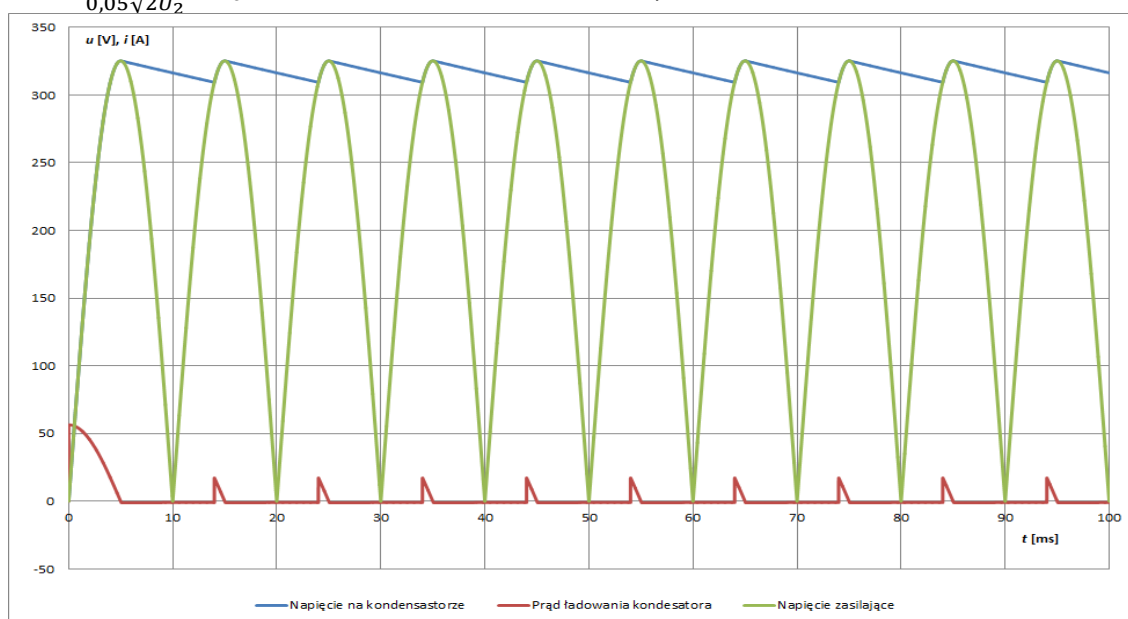
$Q = Q_p - I_t t$  czyli  $U = U_p - \frac{I_t}{C} t$ . Ponieważ wartość napięcia na kondensatorze nie może być mniejsza niż  $0,95\sqrt{2}U_2$  a czas rozładowania wynosi  $t_{roz}$  to:

$$0,95\sqrt{2}U_2 = \sqrt{2}U_2 - \frac{I_t}{C} t_{roz}$$

czyli:

$$\frac{I_t}{C} t_{roz} = 0,05\sqrt{2}U_2$$

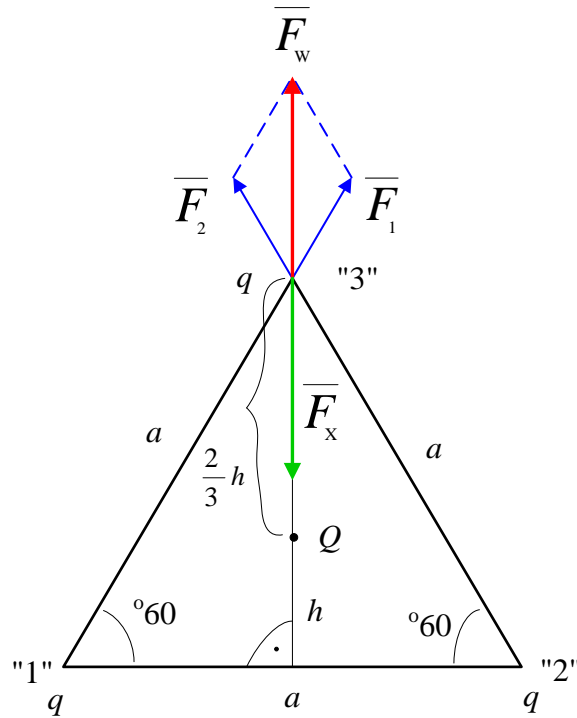
a stąd:  $C = \frac{I_t}{0,05\sqrt{2}U_2} t_{roz} \cong 5,5272 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 552,72 \text{ }\mu\text{F}$ .



Rysunek. Przebieg napięcia na kondensatorze, prądu ładowania kondensatora

### Zadanie 3

Jaki ładunek  $Q$  należy umieścić w środku ciężkości trójkąta równobocznego o boku  $a$  (rysunek 2), aby układ pozostał w równowadze? Ładunek  $q = -2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-7} \text{ [C]}$ .



Rysunek 2. Siły wzajemnego oddziaływania

### ROZWIĄZANIE

Obliczmy wysokość trójkąta:

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + h^2 = a^2 \Rightarrow h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

środek ciężkości trójkąta:  $\frac{2}{3}h = a \frac{\sqrt{3}}{3}$

Siły Coulomba działające na ładunek  $q$  umieszczony w pkt 3:

$$F_1 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon a^2}, \quad F_2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon a^2}$$

Wyznaczamy wypadkową siłę  $F_w$  na podstawie wzorów:

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}F_w}{F_2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$$

$$F_w = 2 \cdot F_2 \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon a^2} = \frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon a^2}$$

Aby układ pozostał w równowadze należy umieścić dodatni ładunek  $Q$  w odległości  $\frac{2}{3}h$  od każdego z trzech ujemnych ładunków  $q$  umieszczonych w wierzchołkach trójkąta równobocznego.

$$F_X = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon \left(\frac{2}{3}h\right)^2} = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon \left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \frac{3q \cdot Q}{4\pi\epsilon a^2}$$

Co do modułów obie siły  $\overline{F_W}$  i  $\overline{F_X}$  muszą być sobie równe:

$$F_W = F_X$$

$$\frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon a^2} = \frac{3q \cdot Q}{4\pi\epsilon a^2}$$

$$3q \cdot Q = \sqrt{3}q^2$$

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{3}q = \frac{1}{\sqrt{3}}q = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-7}C = 2 \cdot 10^{-7}C$$

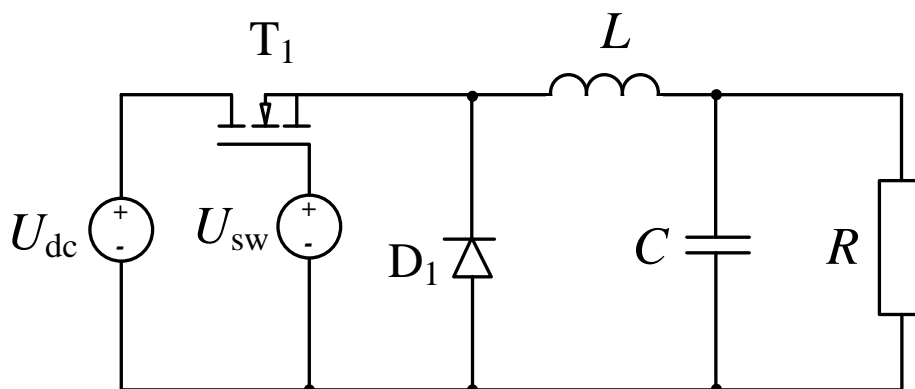
Odpowiedź:

Aby układ przedstawiony na rysunku pozostał w równowadze w środku ciężkości trójkąta należy umieścić dodatni ładunek  $Q = 2 \cdot 10^{-7}C$

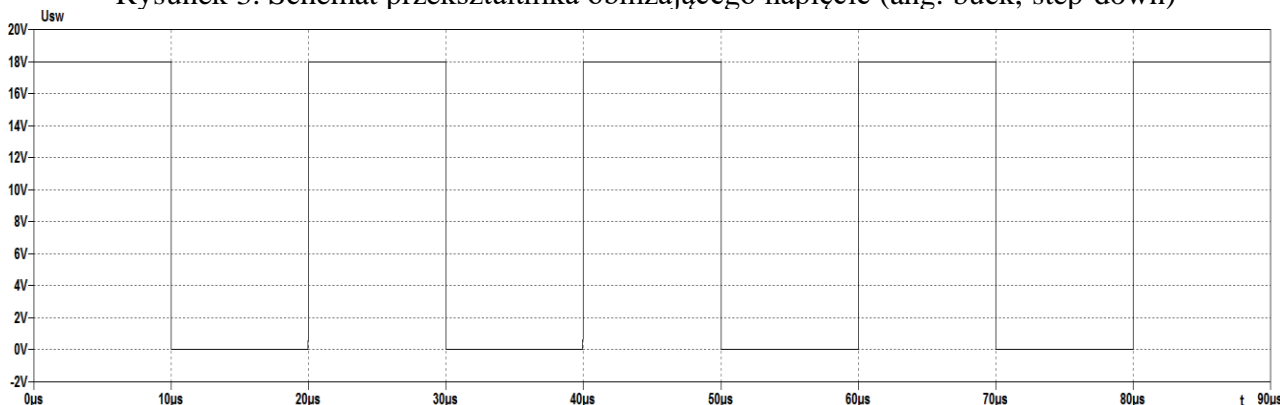
#### Zadanie 4

Dla przekształtnika obniżającego napięcie (ang. buck, step-down) z rysunku 3 należy obliczyć napięcie wyjściowe  $U_o$  na rezystorze obciążenia  $R_o$  oraz maksymalny prąd płynący przez cewkę  $L$ .

**Dane:** Napięcie na wejściu przekształtnika –  $U_{dc}$  jest napięciem stałym o wartości 20,0 V. Informacje o sygnale sterującym tranzystorem T1 należy odczytać z rysunku 4. Rezystancja obciążenia  $R_o = 50,0 \Omega$ ,  $L = 500 \mu H$ ,  $C = 100 \mu F$ .



Rysunek 3. Schemat przekształtnika obniżającego napięcie (ang. buck, step-down)



Rysunek 4. Sygnał sterujący tranzystorem T1 ( $U_{sw}=f(t)$ )

#### ROZWIĄZANIE

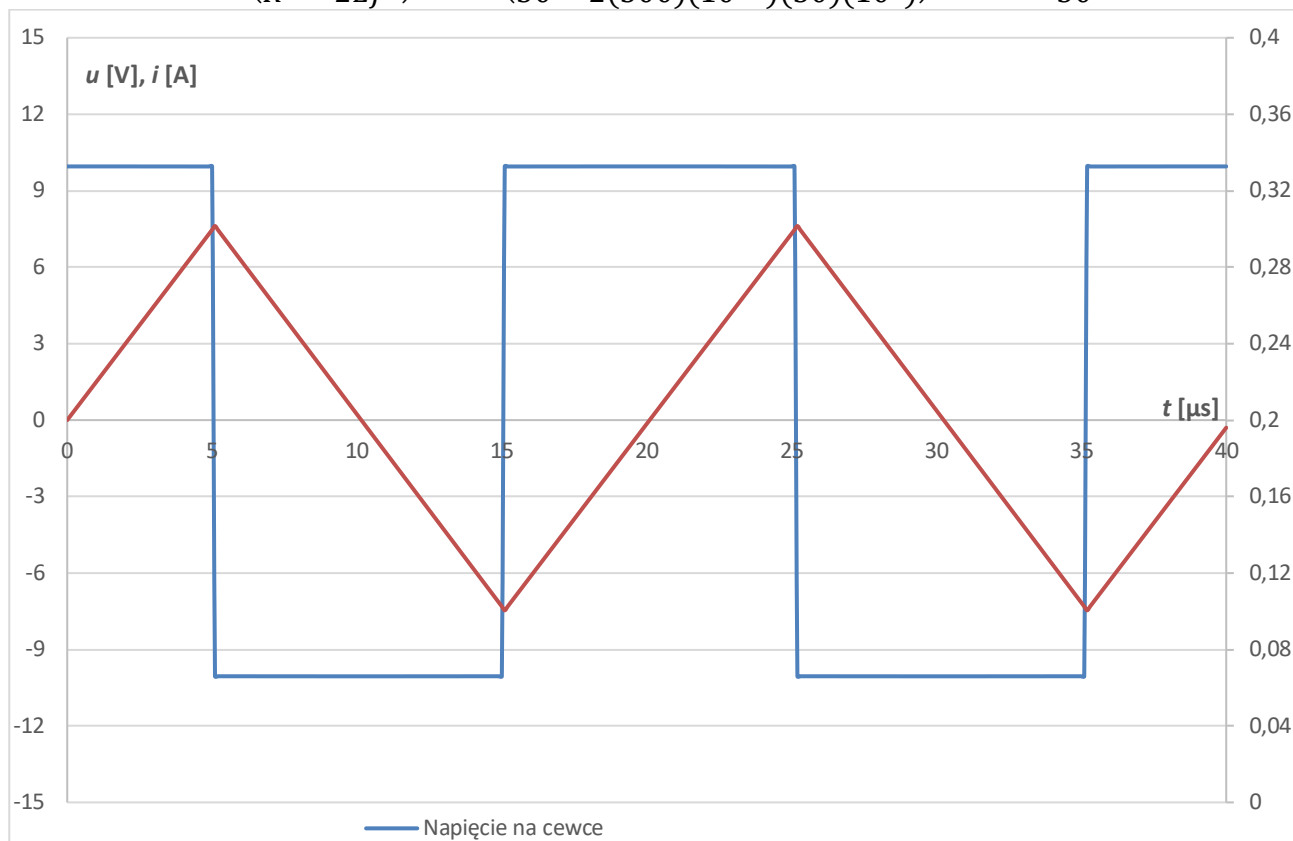
Dla zapewnienia ciągłości prądu ważne jest spełnienie warunku:

$$L_{min} = \frac{(1-D)R_o}{2f_{sw}} = 0,5 \cdot \frac{50}{100000} = 250 [\mu H]$$

Warunek ten jest spełniony wobec tego:

$$U_o = U_{dc} \cdot D = 10 \text{ V}$$

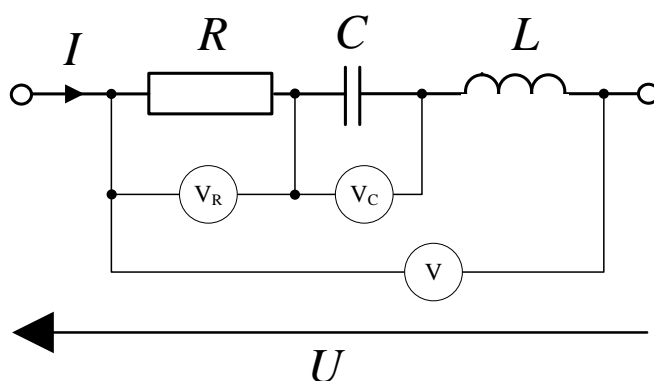
$$I_{max} = U_o \left( \frac{1}{R} + \frac{1-D}{2Lf} \right) = 10 \left( \frac{1}{50} + \frac{1-0.5}{2(500)(10^{-6})(50)(10^3)} \right) = 0,2 + \frac{5}{50} = 0,3 \text{ A}$$



Rysunek. 5 Przebieg napięci na cewce i prąd płynący przez cewkę

### Zadanie 5

W obwodzie elektrycznym, którego schemat przedstawiono na rysunku 5, zasilanym ze źródła napięcia sinusoidalnie zmiennego o częstotliwości  $f = 50,0 \text{ Hz}$  idealne woltomierze wskazują kolejno:  $V_R \rightarrow 60,0 \text{ V}$ ,  $V_C \rightarrow 140 \text{ V}$ ,  $V \rightarrow 100 \text{ V}$ . Rezystancja  $R = 75,0 \Omega$ . Należy obliczyć pojemność kondensatora i indukcyjność cewki.



Rysunek 5. Obwód elektryczny składający się z szeregowego połączenia RLC

### ROZWIĄZANIE

Przez połączone szeregowo elementy  $R$ ,  $L$  i  $C$  płynie prąd o wartości skutecznej:

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{60,0}{75,0} = 0,8 \text{ A}$$

Wartość skuteczna napięcia na kondensatorze wynosi:

$$U_C = X_C \cdot I$$

$$\text{Zatem: } X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{140}{0,8} = 175 \, \Omega$$

Znając reaktancję pojemnościową  $X_C$  możemy policzyć pojemność kondensatora:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$
$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 175} = 18,2 \cdot 10^{-6} \, \text{F} = 18,2 \, \mu\text{F}$$

Następnie obliczymy wartość skuteczną napięcia na cewce oraz jej indukcyjność. Oznaczamy  $U_{LC}$  wypadkowe napięcie na cewce i kondensatorze i na podstawie II Prawa Kirchhoffa można zapisać równanie

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_{LC}$$

Z powyższej zależności można zapisać równanie na wartość skuteczną napięcia zasilającego

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_{LC}^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Powyższe równanie podnosimy do kwadratu

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 - 2 \cdot U_L U_C + U_C^2$$

$$U_L^2 - 2 \cdot U_L U_C + U_C^2 + U_R^2 - U^2 = 0$$

Rozwiązując równanie kwadratowe otrzymujemy dwa rozwiązania

$$U_{L1} = 60 \, \text{V} \quad \text{i} \quad U_{L2} = 220 \, \text{V}$$

Reaktancja indukcyjna:

$$X_{L1} = \omega L_1 = \frac{U_{L1}}{I} = \frac{60}{0,8} = 75,0 \, \Omega$$

lub

$$X_{L2} = \omega L_2 = \frac{U_{L2}}{I} = \frac{220}{0,8} = 275,0 \, \Omega$$

a indukcyjność

$$L_1 = \frac{X_{L1}}{\omega} = \frac{X_{L1}}{2\pi f} = \frac{75,0}{2\pi \cdot 50,0} = 0,239 \, \text{H}$$

lub

$$L_2 = \frac{X_{L2}}{\omega} = \frac{X_{L2}}{2\pi f} = \frac{275,0}{2\pi \cdot 50,0} = 0,875 \, \text{H}$$

Odpowiedzi:

$$C = 18,2 \, \mu\text{F}$$

$$L_1 = 0,239 \, \text{H} \text{ lub } L_2 = 0,875 \, \text{H}$$

### Zadanie 6

Maszyna robocza o następujących parametrach: stały moment obciążenia o wartości  $M_o = 40 \text{ Nm}$ , znamionowa prędkość obrotowa maszyny roboczej  $n_N = 1450 \text{ obr/min}$  wymaga napędu silnikiem indukcyjnym klatkowym. Sieć zasilająca jest siecią publiczną (komunalną) 400 V i częstotliwości 50,0 Hz. Biorąc pod uwagę wymagania maszyny roboczej należy wykazać który z silników indukcyjnych klatkowych można zastosować do niej. Dodatkowo należy wykazać, który sposób rozruchu należy zrealizować. Czy rozruch bezpośredni czy za pomocą przełącznika gwiazda-trójkąt.

Parametry:

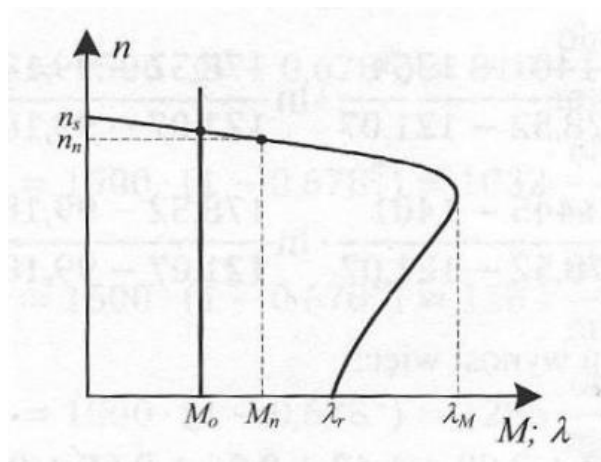
Silnik 1 ->  $P_N = 7,5 \text{ kW}$ , 400/690 V/V,  $\lambda_r = 2,15$ ,  $\lambda_M = 2,90$ ,  $k_r = 6,0$ ,  $\cos\varphi = 0,84$ ,  $\eta = 0,95$

Silnik 2 ->  $P_N = 11 \text{ kW}$ , 400/690 V/V,  $\lambda_r = 2,0$ ,  $\lambda_M = 2,90$ ,  $k_r = 5,5$ ,  $\cos\varphi = 0,88$ ,  $\eta = 0,95$

Analizując zadanie należy założyć, że rozruch bezpośredni można wykonać ~~dl~~ w przypadku, gdy prądu rozruchowego nie przekracza 60 A.

### ROZWIĄZANIE

Przykładowa charakterystyka silnika i maszyny roboczej została przedstawiona na poniższych rysunku.



Rysunek 6. Szkic charakterystyk mechanicznych silnika indukcyjnego i maszyny roboczej

Moc silnika napędowego należy dobrać z zależności

$$P_N \geq P_{obl}$$
$$P_{obl} = 1,2 \frac{\pi}{30} \cdot n_N \cdot M_o = 1,2 \frac{\pi}{30} \cdot 1450 \cdot 40 = 7288,5 \text{ W}$$

Na podstawie zależności  $P_N \geq P_{obl}$  możemy wnioskować, że moc nominalna silników spełnia warunek.

W celu weryfikacji czy można dokonać rozruch bezpośredni należy obliczyć prąd rozruchowy dla każdego silnika.

$$I_{r1} = k_{r1} \cdot I_{s1}$$
$$I_{s1} = \frac{P_{N1}}{\eta \cdot \sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos\varphi_1} = \frac{7500}{0,95 \cdot \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,84} = 13,6 \text{ A}$$
$$I_{r1} = 6 \cdot 13,6 = 81,4 \text{ A}$$

Dla silnika 1 nie można zastosować rozruchu bezpośredniego, ze względu na ograniczenie prądu pobieranego podczas rozruchu do 60A.

$$I_{r2} = k_{r2} \cdot I_{s2}$$
$$I_{s2} = \frac{P_{N2}}{\eta \cdot \sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos\varphi_2} = \frac{11000}{0,95 \cdot \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,88} = 19,0 \text{ A}$$
$$I_{r2} = 5,5 \cdot 19,0 = 104,4 \text{ A}$$

Dla silnika 2 również nie można zastosować rozruchu bezpośredniego, ze względu na ograniczenie prądu pobieranego podczas rozruchu do 60A.

Ze względu na wymagania sieciowe należy zastosować przełącznik gwiazda-trójkąt, zatem należy sprawdzić czy dla danego silnika z obciążeniem będzie można dokonać rozruchu.

### Obliczenia dla silnika 1

Zależność między momentem rozruchowym a momentem nominalnym określa nam zależność

$$M_r = \lambda_r \cdot M_N$$

Moment znamionowy dla silnika 1

$$M_{N1} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_N}{n_N} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{7500}{1450} = 49,39 \text{ Nm}$$

Moment rozruchowy dla silnika 1

$$M_{r1} = \lambda_{r1} \cdot M_{N1} = 2,15 \cdot 49,39 = 106,2 \text{ Nm}$$

Przy rozruchu za pomocą przełącznika gwiazda – trójkąt napięcie zasilające maszynę zostanie obniżone, a moment rozwijany przez silnik jest proporcjonalny od kwadratu napięcia zasilającego, więc moment rozruchowy przy skojarzeniu uzwojeń stojana w gwiazdę będzie wynosił

$$M_{r1Y} = \frac{1}{3} M_{r1} = \frac{1}{3} \cdot 106,2 = 35,4 \text{ Nm}$$

Analiza wykazała, że zastosowanie przełącznika gwiazda-trójkąt do rozruchu spowoduje, że silnik nie ruszy. Zatem silnik o mocy 7,5 kW nie nadaje się do zastosowania w tej aplikacji napędowej.

### Obliczenia dla silnika 2

Moment znamionowy dla silnika 2

$$M_{N2} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_N}{n_N} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{11000}{1450} = 73,1 \text{ Nm}$$

Moment rozruchowy dla silnika 1

$$M_{r2} = \lambda_{r2} \cdot M_{N2} = 2,0 \cdot 73,1 = 146,2 \text{ Nm}$$

Przy rozruchu za pomocą przełącznika gwiazda – trójkąt napięcie zasilające maszynę zostanie obniżone, a moment rozwijany przez silnik jest proporcjonalny od kwadratu napięcia zasilającego, więc moment rozruchowy przy skojarzeniu uzwojeń stojana w gwiazdę będzie wynosił

$$M_{r2Y} = \frac{1}{3} M_{r2} = \frac{1}{3} \cdot 146,2 = 48,7 \text{ Nm}$$

Analiza wykazała, że zastosowanie przełącznika gwiazda-trójkąt do rozruchu spowoduje, że silnik nadal ruszy z obciążeniem 40 Nm. Zatem silnik o mocy 11 kW nadaje się do zastosowania w tej aplikacji napędowej.

Do napędzania maszyny roboczej z możliwością rozruchu za pomocą przełącznika gwiazda-trójkąt należy zastosować silnik o mocy 11 kW.