

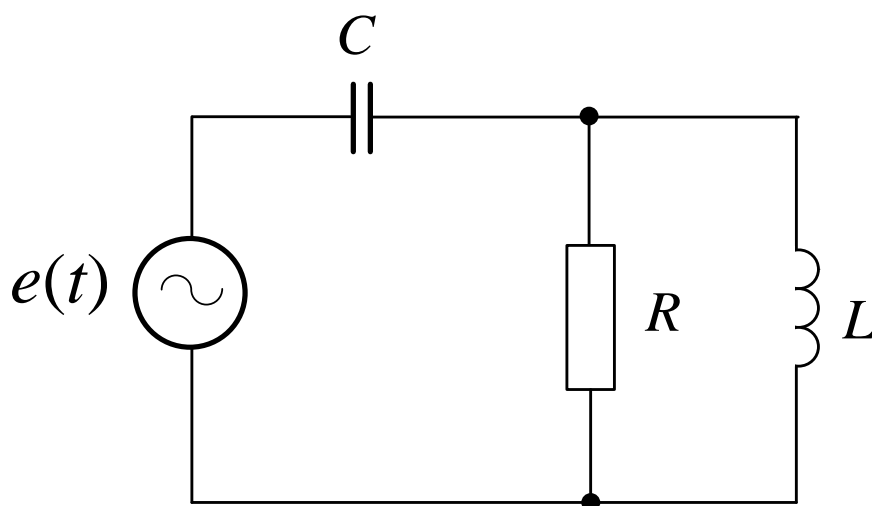
„EUROELEKTRA”
Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Energetycznej
Rok szkolny 2024/2025

Rozwiązania zadań dla grupy elektrycznej na zawody III stopnia

Zadanie 1

Dla obwodu elektrycznego składających się z idealnych elementów, przedstawionego na rysunku 1, dobierz taką wartość częstotliwości napięcia zasilającego, aby ze źródła była pobierana tylko moc czynna oraz określ, ile ona będzie wynosiła.

Dane: $U = 100 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$, $L = 0,200 \text{ H}$, $C = 25 \mu\text{F}$



Rys. 1. Schemat obwodu elektrycznego

Rozwiązanie

W pierwszej kolejności można wyznaczyć impedancję wypadkową gałęzi równoległej RL

$$\underline{Z}_{RL} = \frac{R(j\omega L)}{R + j\omega L} = \frac{R\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{R^2 \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Następnie można zapisać zależność na impedancja wypadkowa obwodu elektrycznego przedstawionego na rysunku 3

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{RL} - j \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{R\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \cdot \left(\frac{R^2 \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \frac{1}{\omega C} \right)$$

Ze źródła będzie pobierana tylko moc czynna, gdy obwodzie zajdzie rezonans. Dla takiego warunku moc bierna źródła napięcia sinusoidalnego będzie równa zero. Warunek ten wystąpi w przypadku, gdy reaktancja wypadkowa obwodu elektrycznego przedstawionego na rysunku 2 jest równa zero

Warunek rezonansu jest następujący

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}) = 0$$
$$\frac{R^2 \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \frac{1}{\omega C} = 0$$

W następnym kroku dokonywanych jest szereg przekształceń

$$\omega^2 \cdot (R^2 LC - L^2) = R^2$$
$$\omega^2 = \frac{R^2}{R^2 LC - L^2}$$
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC - \left(\frac{L}{R}\right)^2}}$$
$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC - \left(\frac{L}{R}\right)^2}}$$
$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{0,200 \cdot 20,0 \cdot 10^{-6} - \left(\frac{0,200}{100}\right)^2}} = 159,1549 \text{ Hz}$$

Impedancja obwodu dla częstotliwości rezonansowej będzie wynosiła:

$$\underline{Z} = \frac{R \omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$
$$\underline{Z} = \frac{100 \cdot (2\pi \cdot 159,1549)^2 0,200^2}{100^2 + (2\pi \cdot 159,1549)^2 0,200^2} = 80 \Omega$$

Moc pobierana ze źródła można wyznaczyć się poprzez obliczenie mocy pozornej zespolonej

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{80,0 e^{j0}}{80,0} = 1,0 \text{ A}$$
$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 80,0 \cdot 1,0 = 80,0 \text{ VA}$$

Moc pozorna zawiera tylko część rzeczywistą co odpowiada mocy czynnej.

Odpowiedź

Częstotliwość napięcia zasilającego, przy którym ze źródła pobierana jest tylko moc czynna wynosi 159,15 Hz, a wartość mocy czynnej to 80,0 W.

Zadanie 2

Transformator jednofazowy o danych $S_N = 10 \text{ kVA}$, $U_{1N} = 6000 \text{ V}$, $U_{2N} = 230 \text{ V}$, $f_N = 50 \text{ Hz}$ poddano próbie stanu jałowego zasilając uzwojenie niskiego napięcia: $U_o = 230,0 \text{ V}$, $I_o = 0,450 \text{ A}$, $P_o = 70,0 \text{ W}$. Pomiary w stanie zwarcia wykonano, zasilając uzwojenie górnego napięcia $U_k = 313,0 \text{ V}$, $I_k = 2,00 \text{ A}$, $P_k = 278 \text{ W}$. Zmierzono również mostkiem rezystancje uzwojeń $R_1 = 34,0 \Omega$, $R_2 = 52,2 \text{ m}\Omega$.

Wyznacz parametry schematu zastępczego odniesione do strony dolnego napięcia.

Rozwiązanie

Parametry gałęzi poprzecznej widzianej od strony dolnego napięcia:

$$\cos \varphi = \frac{P_o}{I_o \cdot U_o} = 0,6763$$

$$I_{fe} = I_o \cdot \cos \varphi = 0,3043 \text{ A}$$

$$I_{fe} = \frac{P_o}{U_o} = 0,3043 \text{ A}$$

$$I_m = \sqrt{I_o^2 - I_{fe}^2} = 0,3315 \text{ A}$$

$$R_{fe} = \frac{U_o}{I_{fe}} = 755,7143 \Omega \quad \text{lub} \quad R_{fe} = \frac{U_o^2}{P_o} = 755,7143 \Omega$$

$$X_m = \frac{U_o}{I_m} = 693,8787 \Omega$$

Parametry gałęzi wzdłużnej widzianej od strony dolnego napięcia:

$$\cos \varphi_k = \frac{P_k}{I_k \cdot U_k} = 0,6763$$

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k} = 156,5 \Omega$$

$$R_k = Z_k \cdot \cos \varphi_k = 69,5 \Omega$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 140,2213 \Omega$$

$$R_{2s} = R_k - R_1 = 35,5 \Omega$$

$$R_2 = R_{2s} \cdot \left(\frac{U_{2N}}{U_{1N}} \right)^2 = 0,0522 \Omega$$

$$R'_1 = R_1 \cdot \left(\frac{U_{2N}}{U_{1N}} \right)^2 = 0,05 \Omega$$

$$X_{1s} = \frac{X_k}{2} = 70,1106 \Omega$$

$$X_{2s} = \frac{X_k}{2} = 70,1106 \Omega$$

$$X'_1 = X_2 = X_{2s} \cdot \left(\frac{U_{2N}}{U_{1N}} \right)^2 = 0,103 \Omega$$

Odpowiedź

Parametry schematu zastępczego odniesione do strony dolnego napięcia wynoszą: $R_{fe} = 755,7 \Omega$, $X_m = 693,9 \Omega$, $R'_1 = 0,05 \Omega$, $R_2 = 0,0522 \Omega$, $X'_1 = 0,103 \Omega$, $X_2 = 0,103 \Omega$.

Zadanie 3

W miejskiej kotłowni do ogrzewania osiedla mieszkaniowego pracuje gazowy kocioł wodny. System grzewczy pracuje z następującymi parametrami eksploatacyjnymi:

- temperatura wody zasilającej sieć: $T_{zas} = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$,
- temperatura wody powrotnej z sieci: $T_{pow} = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$,
- strumień masy wody grzewczej: $\dot{m} = 25000\text{ }\frac{\text{kg}}{\text{h}}$,
- ciepło właściwe wody: $c = 4,18\text{ }\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$.

W celu obniżenia kosztów paliwa i zmniejszenia emisji CO_2 do układu podłączono instalację kolektorów słonecznych o następujących parametrach:

- łączna powierzchnia czynna kolektorów: $A = 120\text{ m}^2$,
- średnia sprawność eksploatacyjna kolektorów zimą: $\eta = 40\%$,
- średnie promieniowanie słoneczne w typowy dzień zimowy: $E = 600\text{ W/m}^2$,
- efektywny czas pracy kolektorów: $t = 4\text{ h/dobę}$.

Ciepło z kolektorów słonecznych przekazywane jest poprzez wymiennik ciepła bezpośrednio do obiegu powrotnego sieci ciepłowniczej, co powoduje wstępne podgrzanie wody przed kotłem gazowym. Straty przesyłowe i magazynowe można pominąć. Oblicz:

1. Całkowitą moc cieplną (w kW), jaką musi dostarczać kocioł gazowy bez pracy kolektorów słonecznych.
2. Ilość ciepła (w kWh), którą kolektory słoneczne dostarczają do systemu grzewczego w ciągu 4 godzin pracy w danym dniu.
3. Oblicz, o ile wzrośnie temperatura wody powrotnej ($^{\circ}\text{C}$), jeżeli całość energii cieplnej z kolektorów zostanie wykorzystana do podgrzania strumienia wody przez cały okres 4 godzin.

Rozwiązanie

1. Moc cieplna kotła gazowego (bez udziału kolektorów):

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \dot{m} \cdot c \cdot \Delta T = \dot{m} \cdot c \cdot (T_{zas} - T_{pow}) = 25\,000\text{ }\frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 4,18\text{ }\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 20\text{ K} = 2\,090\,000\text{ }\frac{\text{kJ}}{\text{h}} \\ &= \frac{2\,090\,000}{3600} \approx 580,6\text{ }\frac{\text{kWh}}{\text{h}} = 580,6\text{ kW}\end{aligned}$$

2. Ciepło, które kolektory słoneczne dostarczają do systemu grzewczego w ciągu 4 godzin pracy w danym dniu:

$$Q_{kolektory} = A \cdot E \cdot t \cdot \eta = 120 \text{ m}^2 \cdot 600 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 4 \text{ h} \cdot 0,4 = 115,2 \text{ kWh}$$

3. Wzrost temperatury wody powrotnej na skutek pracy kolektorów $\Delta T_{kolektory}$:

$$Q_{kolektory} = 115,2 \text{ kWh} = 414\,720 \text{ kJ}$$

Całkowita ilość wody podgrzewanej w ciągu 4 h:

$$\dot{m}_{4h} = \dot{m} \cdot t = 25\,000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 4 \text{ h} = 100\,000 \text{ kg}$$

$$\Delta T_{kolektory} = \frac{Q_{kolektory}}{\dot{m}_{4h} \cdot c} = \frac{414\,720 \text{ kJ}}{100\,000 \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \frac{414\,720 \text{ kJ}}{418\,000 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}} = 0,992 \text{ K} \approx 1 \text{ K}$$

Odpowiedz:

1. Moc cieplna kotła gazowego (bez udziału kolektorów) wynosi 580,6 kW
2. Dla analizowanego przypadku można uzyskać 115,2 kWh energii z kolektorów słonecznych
3. Wzrost temperatury powrotnej wynosi około 1°C.

Zadanie 4

Czynnik roboczy R1233zd(E) zasila parownik organicznego obiegu Rankine'a (ORC) jako ciecz nasycona o temperaturze 40 °C. Po przejściu przez parownik opuszcza go jako para nasycona w tej samej temperaturze. Strumień masowy czynnika wynosi $\dot{m} = 0,75 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$, entalpia cieczy nasyconej przy 40 °C: $h_1 = 220 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, zaś entalpia pary nasyconej przy 40 °C: $h_2 = 390 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$. Jaki strumień ciepła \dot{Q} należy dostarczyć do parownika w ciągu jednej sekundy? Ile wynosi całkowita energia potrzebna do odparowania czynnika przez 30 min ciągłej pracy układu?

Rozwiązanie:

a) Obliczenie strumienia ciepła (mocy cieplnej):

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = 0,75 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \left(390 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 220 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 127,5 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} = 127,5 \text{ kW}$$

b) Energia potrzebna w ciągu $t = 30$ minut:

$$\dot{Q}_{0,5h} = \dot{Q} \cdot t = 127,5 \text{ kW} \cdot 1800 \text{ s} = 229\,500 \text{ kJ} = 229,5 \text{ MJ}$$

Odpowiedź:

Aby odparować czynnik w ciągu 1 sekundy należy doprowadzić do układu moc cieplną wynoszącą 127,5 k. W ciągu 1 godziny pracy układu należy dostarczyć 229,5 MJ energii przekazanej na sposób ciepła.

Zadanie 5

Elektrownia o mocy minimalnej $P_{\min} = 20$ MW i mocy maksymalnej $P_{\max} = 75$ MW podłączona jest do sieci elektroenergetycznej. Elektrownia ta generuje koszty zależne od mocy generowanej $C(P) = 0,1P^3 - 5,0P^2$ (P – moc elektrowni). Dla jakiej wartości mocy koszt produkcji mocy elektrycznej będzie najmniejszy?

Rozwiązanie

Aby znaleźć minimum funkcji kosztów, należy obliczyć pierwszą pochodną funkcji kosztów względem mocy i wyznaczyć jej miejsca zerowe

$$C'(P) = 0,3P^2 - 10P = P(0,3P - 10)$$

$$P_1 = 0 \text{ (odrzucaamy, nie należy do zakresu mocy)}$$

$$P_2 = 33,333 \text{ MW}$$

Sprawdzenie charakteru ekstremum (druga pochodna)

$$C''(P) = 0,6P - 10$$

Podstawiając znaną wartość mocy $P_2 = 33,333$ MW do drugiej pochodnej otrzymano:

$$C''(33,33) = 0,6 \cdot 33,33 \text{ MW} - 10 = 20 - 10 = 10 > 0$$

Ponieważ druga pochodna jest dodatnia, zatem wyszukana wartość mocy jest minimum.

Odpowiedź Dla $P = 33,33$ MW elektrownia generuje najmniejsze koszty