



**POLITECHNIKA  
BYDGOSKA**  
Wydział Telekomunikacji,  
Informatyki i Elektrotechniki

## „EUROELEKTRA” Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej Rok szkolny 2021/2022

### Zadania z elektrotechniki na zawody III stopnia

#### Instrukcja dla zdającego

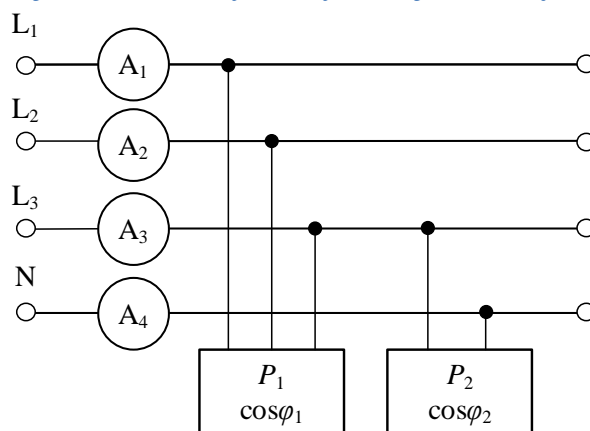
1. Czas trwania zawodów: 120 minut.
2. III stopień Olimpiady zawiera 5 zadań otwartych.
3. Należy podać poprawną odpowiedź wraz z tokiem rozwiązania.
4. Za każdą prawidłową odpowiedź uzyskuje się maksymalnie 10 punktów. Maksymalna liczba punktów do zdobycia za 5 zadań to 50 punktów.
5. Można korzystać z przyborów do pisania, rozdawanych kart czystopisu i brudnopisu, kalkulatorów i tablic matematycznych. Korzystanie z notebooków, tabletów, telefonów komórkowych, smartfonów, smartwatchy, kalkulatorów programowalnych, itp. jest zabronione.

**Życzymy powodzenia!**

#### Zadanie 1

Sieć niskiego napięcia, trójfazowa 400 V/230 V zasila dwa odbiorniki – trójfazowy i jednofazowy, połączone jak na rysunku 1. Dane poszczególnych odbiorników są następujące. Pierwszy odbiornik, trójfazowy symetryczny na napięcie znamionowe 400 V/230 V o mocy  $P_1 = 4200$  W i  $\cos\varphi_1 = 1$ . Drugi odbiornik (jednofazowy) na napięcie znamionowe 230 V cechuje  $\cos\varphi_2 = 1$ . Obliczyć jaką maksymalną moc może mieć odbiornik drugi ( $P_2$ ), jeżeli dopuszczalny prąd dla każdego z przewodów występujących w rozpatrywanej sieci wynosi  $I_{\text{dop}} = 16$  A.

Wyznaczyć wskazania wszystkich amperomierzy występujących na rysunku 1, przy założeniu, że moc drugiego odbiornika jest równa mocy maksymalnej w zadanych warunkach.



Rys. 1.

#### Rozwiązanie zadania 1

Ponieważ współczynniki mocy obu odbiorników są jednakowe, przyjmujemy, że prądy w poszczególnych fazach (układu trójfazowego) mają te same fazy początkowe. Zatem w obliczeniach można pominąć działania na liczbach zespolonych i sumować wartości skuteczne prądów (dla poszczególnych faz układu trójfazowego).

### Sposób 1

Pierwszy sposób rozwiązania zadania polega na powiązaniu dopuszczalnego prądu z mocą z jaką obciążona jest każda z faz układu trójfazowego. Pierwsze dwie fazy (przewody oznaczone jako L1 i L2) obciążone są z mocą stanowiącą jedną trzecią część mocy odbiornika trójfazowego, a zatem:

$$P_{L1} = P_{L2} = \frac{P_1}{3} = \frac{4200}{3} = 1400 \text{ W}$$

Z kolei moc obciążająca trzecią fazę (linia L3) jest sumą mocy związanych z dwoma odbiornikami: trójfazowym i jednofazowym (podpiętym pomiędzy przewody L3 i N); moc ta wynosi:

$$P_{L3} = \frac{P_1}{3} + P_2 = 1400 + P_2$$

Jak wynika z powyższych rozważań, moc fazy L3 jest wyższa od mocy poszczególnych faz, zatem i prąd tej fazy będzie miał najwyższą wartość. Na tej podstawie należy określić dopuszczalną moc odbiornika jednofazowego.

Moc fazy L3 nie może przekroczyć mocy maksymalnej dla każdej z faz, a ta wynika z dopuszczalnej wartości prądu:

$$P_{MAX} = U_f * I_{dop} * \cos \varphi$$

gdzie:  $U_f$  – napięcie fazowe w układzie (tutaj 230 V);  $\cos \varphi$  – współczynnik mocy grupy odbiorników (tutaj 1);

co w tym zadaniu daje wynik:

$$P_{MAX} = 230 * 16 * 1 = 3680 \text{ W}$$

Zatem dopuszczalna moc obciążająca fazę L3:

$$P_{L3} = P_{MAX} = 3680 \text{ W}$$

Stąd wynika moc maksymalna odbiornika drugiego (jednofazowego):

$$P_2 = P_{L3} - 1400 = 3680 - 1400 = 2280 \text{ W}$$

### Wskazania amperomierzy

Wskazania amperomierzy A1 i A2 wynikają z prądów przewodowych w liniach L1 i L2, a prądy te zależą jedynie od mocy odbiornika trójfazowego. Związek pomiędzy prądem przewodowym a mocą odbiornika trójfazowego wyrażają dwie zamiennie stosowane zależności:

$$P_{odb} = \sqrt{3} U_p I_p \cos \varphi$$

lub

$$P_{odb} = 3 U_f I_p \cos \varphi$$

gdzie:  $U_p$  – napięcie przewodowe w układzie (tutaj 400 V);  $U_f$  – napięcie fazowe w układzie (tutaj 230 V);

Prądy przewodowe w fazach L1 i L2 i odpowiadające im wskazania przyrządów wynoszą:

$$A_1 \rightarrow I_{L1} = \frac{P_1}{3 U_f \cos \varphi} = \frac{4200}{3 * 230 * 1} = 6,087 \text{ A}$$
$$A_2 \rightarrow I_{L2} = \frac{P_1}{3 U_f \cos \varphi} = \frac{4200}{3 * 230 * 1} = 6,087 \text{ A}$$

Prąd trzeciej fazy jest sumą prądu pobieranego przez odbiornik trójfazowy i odbiornik jednofazowy:

$$I_{L3} = I_1 + I_2$$

gdzie:  $I_1$  – prąd obciążający każdą z faz przez urządzenie trójfazowe (odbiornik  $P_1$ );  $I_2$  – prąd pobierany przez urządzenie jednofazowe (odbiornik  $P_2$ ).

Prąd trzeciej fazy, w tym zadaniu jest narzucony, zatem wskazanie kolejnego amperomierza wynika z założenia, że obliczenia prowadzone są dla prądu dopuszczalnego wynoszącego 16 A:

$$A_3 \rightarrow I_{L3} = I_{\text{dop}} = 16 \text{ A}$$

Z kolei prąd w przewodzie neutralnym jest równy prądowi pobieranemu przez odbiornik jednofazowy ( $P_2$ ) – ponieważ suma prądów trzech faz odbiornika trójfazowego symetrycznego jest równa 0. Wskazanie amperomierza w przewodzie neutralnym wynosi:

$$A_4 \rightarrow I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cos \varphi_2} = \frac{2280}{230 * 1} = 9,913 \text{ A}$$

gdzie:  $U_2$  – napięcie na odbiorniku jednofazowym ( $P_2$ ) równe napięciu fazowemu w omawianym układzie.

### **Sposób 2**

Związek pomiędzy prądem przewodowym a mocą odbiornika trójfazowego wyrażają dwie zamiennie stosowane zależności:

$$P_{\text{odb}} = \sqrt{3} U_p I_p \cos \varphi$$

lub

$$P_{\text{odb}} = 3 U_f I_p \cos \varphi$$

gdzie:  $U_p$  – napięcie przewodowe w układzie (tutaj 400 V);  $U_f$  – napięcie fazowe w układzie (tutaj 230 V);

Prądy przewodowe w fazach L1, L2, L3 wynikające z zasilania odbiornika trójfazowego, symetrycznego są równe i wynoszą:

$$I_{L1(P1)} = I_{L2(P1)} = I_{L3(P1)} = \frac{P_1}{3 U_f \cos \varphi} = \frac{4200}{3 * 230 * 1} = 6,087 \text{ A}$$

Ponieważ fazy L1 i L2 obciąża wyłącznie odbiornik trójfazowy, stąd prądy te wynikają bezpośrednio z mocy tego odbiornika, i pozwalają określić wskazania dwóch pierwszych amperomierzy:

$$A_1 \rightarrow I_{L1(P1)} = 6,087 \text{ A}$$

$$A_2 \rightarrow I_{L2(P1)} = 6,087 \text{ A}$$

Prąd w trzeciej fazie L3 jest sumą prądów odbiornika trójfazowego i prądu pobieranego przez odbiornik jednofazowy:

$$I_{L3} = I_{L3(P1)} + I_{L3(P2)} = I_{\text{dop}} = 16 \text{ A}$$

Wartość prądu wynika z zadanej w temacie zadania wartości dopuszczalnej prądu. Stąd wynika wskazanie kolejnego amperomierza:  $A_2 \rightarrow I_{L3} = I_{\text{dop}} = 16 \text{ A}$ .

Na tej podstawie można określić maksymalny prąd jaki może pobierać urządzenie jednofazowe (odbiornik  $P_2$ ) – jest różnicą prądu dopuszczalnego oraz prądu pobieranego przez urządzenie trójfazowe (odbiornik  $P_1$ ):

$$I_{L3(P2)} = I_{L3} - I_{L3(P1)} = I_{\text{dop}} - I_{L3(P1)} = 16 - 6,087 = 9,913 \text{ A}$$

Na tej podstawie określić można maksymalną moc odbiornika jednofazowego, która wynosi:

$$P_2 = U_2 * I_{L3(P2)} * \cos \varphi_2 = 230 * 9,913 * 1 = 2280 \text{ W}$$

gdzie:  $U_2$  – napięcie na odbiorniku jednofazowym, które jest w tym przypadku równe napięciu fazowemu w układzie trójfazowym.

Prąd w przewodzie neutralnym jest równy prądowi odbiornika jednozowego (suma prądów w poszczególnych fazach odbiornika trójfazowego symetrycznego jest równa 0), a z tego wynika wskazanie ostatniego amperomierza:

$$A_4 \rightarrow I_{L3(P2)} = 9,913 \text{ A}$$

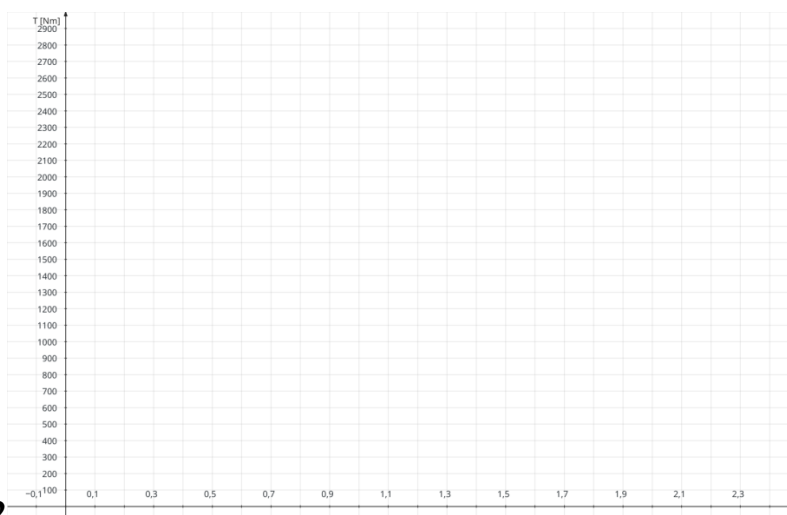
## Zadanie 2

Silnik indukcyjny pierścieniowy o danych: napięcie znamionowe  $U_N = 3 \text{ kV}$ ; częstotliwość znamionowa  $f_N = 50 \text{ Hz}$ ; moment znamionowy  $T_N = 980 \text{ Nm}$ ; poślizg krytyczny w stanie znamionowym  $s_k = 0,1$ ; prędkość obrotowa znamionowa  $n_N = 975 \text{ obr/min}$ ; moment krytyczny w stanie znamionowym  $T_k = 2350 \text{ Nm}$ . Silnik ten zasilono napięciem  $U_x = U_N$  i obciążono momentem  $T_x = 80\% T_N$ .

Ilorotnie należy powiększyć rezystancję wirnika  $R_r$ , aby uzyskać prędkość obrotową  $n_x = 750 \text{ obr/min}$ .

Naszkicuj na jednym wykresie charakterystyki mechaniczne  $T(s)$ :

- dla stanu znamionowego
- dla obciążenia momentem  $T_x$  z dołączoną rezystancją do wirnika.



## Rozwiązanie zadania 2

Stan znamionowy:

Określenie liczby par biegunów.

Ponieważ prędkość znamionowa silnika wynosi 975 obr/min, to z zasady działania wynika, że silnik ma 3 pary biegunów ( $p = 3$ )

Prędkość synchroniczna.

$$n_s = \frac{60 \cdot f_N}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ obr/min}$$

Poślizg znamionowy

$$s_N = \frac{n_s - n_N}{n_s} = \frac{1000 - 975}{1000} = 0,025$$

Obciążenie momentem  $T_x$

Moment obciążenia  $T_x$

$$T_x = 0,8 \cdot T_N = 0,8 \cdot 980 = 784 \text{ Nm}$$

Poślizg dla prędkości  $n_x$

$$s_x = \frac{n_s - n_x}{n_s} = \frac{1000 - 750}{1000} = 0,25$$

Obliczenie poślizgu krytycznego dla prędkości  $n_x$  i momentu obciążenia  $T_x$ .

Ze wzoru Klossa, tj. z zależności  $T(s)$  dla poślizgu  $s_x$

$$T(s_x) = \frac{2 \cdot T_k}{\frac{s_x}{s_{kx}} + \frac{s_{kx}}{s_x}}$$

wyznaczamy wartość poślizgu krytycznego  $s_{kx}$  (dla warunków  $T_k = 2350$  Nm,  $T_x = 0,8 \cdot T_N = 784$  Nm):

$$s_{kx} = s_x \cdot \left( \frac{T_k}{T_x} \pm \sqrt{\left( \frac{T_k}{T_x} \right)^2 - 1} \right) = 0,25 \cdot \left( \frac{2350}{784} \pm \sqrt{\left( \frac{2350}{784} \right)^2 - 1} \right) = \begin{cases} s_{kx1} = 1,46 \\ s_{kx2} = 0,043 \end{cases}$$

Z obu rozwiązań tylko wartość  $s_{kx1} = 1,46$  jest rozwiązaniem spełniającym warunki pracy silnika.

Do wyznaczenia krotności  $m$  rezystancji wirnika przyjmujemy, że poślizg krytyczny  $s_k$  jest wprost proporcjonalny do rezystancji wirnika maszyny  $R_r$ .

$$s_k \sim R_r$$

$$s_{kx} \sim m \cdot R_r$$

$\Downarrow$

$$m \cdot R_r \cdot s_k = R_r \cdot s_{kx}$$

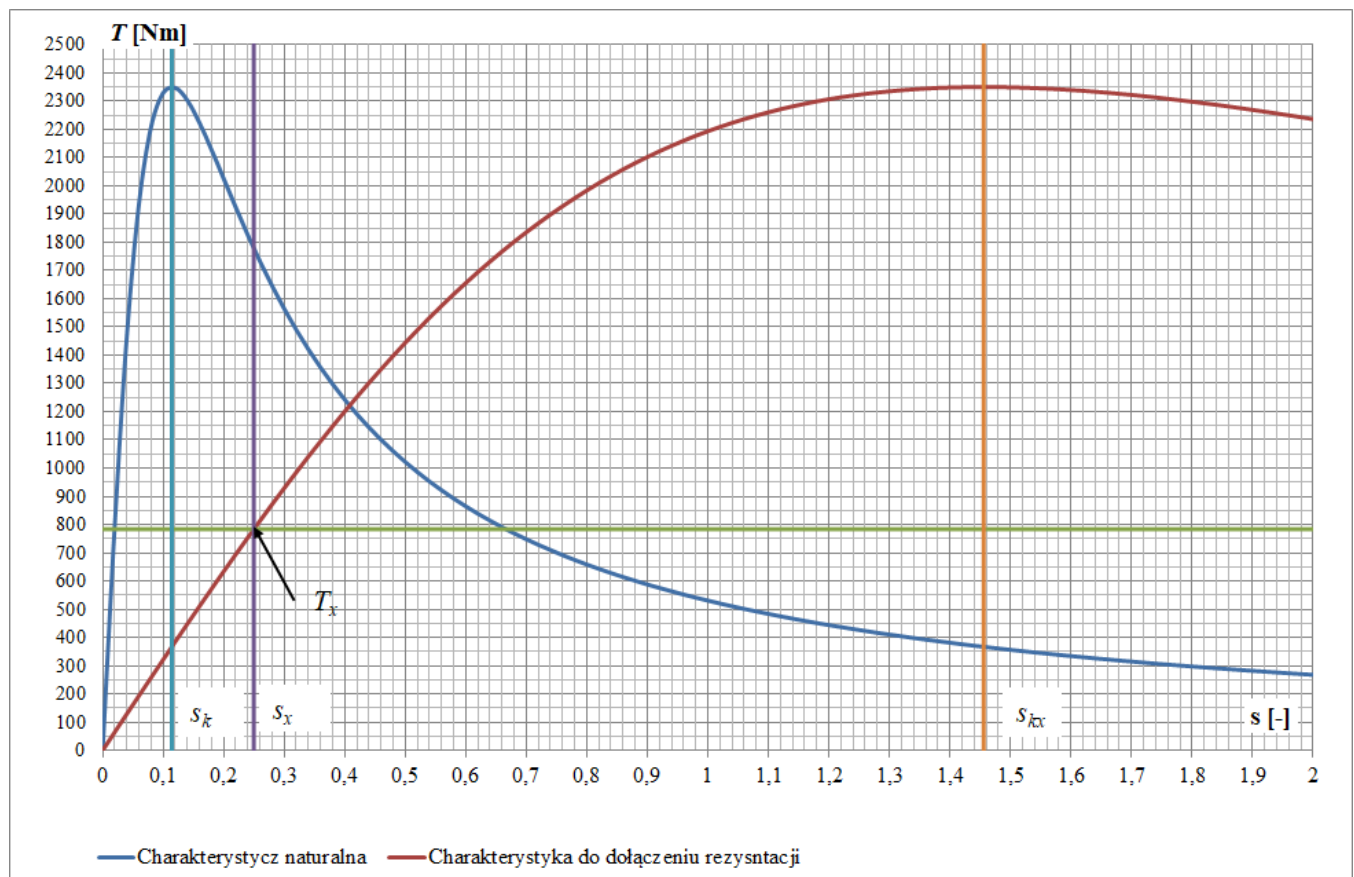
$\Downarrow$

$$m = \frac{s_{kx}}{s_k} = \frac{1,46}{0,1} = 14,6$$

#### Charakterystyki mechaniczne:

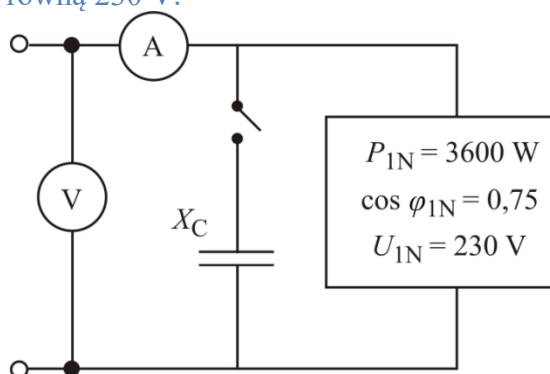
Dla wykreślenia charakterystyki  $T(s)$  przyjmujemy, że wartość maksymalną uzyskuje ona w punkcie o współrzędnych  $(s_k; T_k)$ , czyli:

- (0,1;2350) w stanie znamionowym,
- (1,46;2350) dla obciążenia momentem  $T_x$  i powiększonej rezystancji wirnika.



### Zadanie 3

Dany jest odbiornik o mocy znamionowej i znamionowym współczynniku mocy (równemu  $\cos \varphi_{1N}$ ) jak na rysunku 3. Odbiornik ma charakter indukcyjny. Dobrać moc bierną oraz reaktancję baterii kondensatorów (założyć, że są to elementy idealne) włączonych równolegle z odbiornikiem, w celu całkowitej kompensacji mocy biernej. Wyznaczyć wskazanie amperomierza (wartość skuteczna) z rysunku przed i po dokonaniu kompensacji mocy biernej. Napięcie skuteczne przed i po kompensacji ma wartość równą 230 V.



Rys. 3.

### Rozwiązanie zadania 3

Moc czynna odbiornika wynosi 3600 W, ponieważ napięcie na odbiorniku (według danych do zadania) jest równe napięciu znamionowemu. To pozwala na obliczenie mocy pozornej odbiornika, którą powiązać należy z mocą czynną i współczynnikiem mocy:

$$S = \frac{P_1}{\cos \varphi_1} = \frac{3600}{0,75} = 4800 \text{ VA}$$

Zatem przed kompensacją (brak gałęzi z reaktancją pojemnościową), wykorzystując fakt, że moc pozorna to iloczyn wartości skutecznych prądu i napięcia, wskazanie amperomierza (wartość skuteczna prądu dwójnika) wynosi:

$$A \rightarrow \frac{S}{U} = \frac{4800}{230} = 20,87 \text{ A}$$

Ponieważ należy dokonać całkowitej kompensacji mocy biernej, zatem moc bierna baterii kondensatorów (przy napięciu 230 V) musi być równa mocy biernej odbiornika (lub w zależności od przyjętej konwencji, ze względu na fakt, że moc bierna pojemnościowa ma wartość ujemną – suma tych mocy powinna być równa 0), stąd:

$$Q_C = Q_{\text{odb}} = \frac{S}{\sin \varphi_1}$$

Z tożsamości trygonometrycznej:

$$\sin \varphi_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_1} = 0,661$$

Zatem moc baterii kondensatorów wynosi:

$$Q_C = Q_{\text{odb}} = \frac{4800}{0,661} = 7257 \text{ VAr}$$

W przypadku reaktancji pojemnościowej, napięcie elementu, tak jak odbiornika wynosi 230 V. Moc bierna pojemnościowa elementu jest równa mocy pozornej:

$$Q_C = S_C = U * I_C = \frac{U^2}{X_C}$$

Na tej podstawie obliczana jest reaktancja, która wynosi:

$$X_C = \frac{U^2}{Q_C} = \frac{230^2}{7257} = 7,29 \Omega$$

Po całkowitej kompensacji mocy biernej dwójnika, moc pozorna jest równa mocy czynnej, która odpowiada mocy czynnej odbiornika (przed i po kompensacji). Zatem:

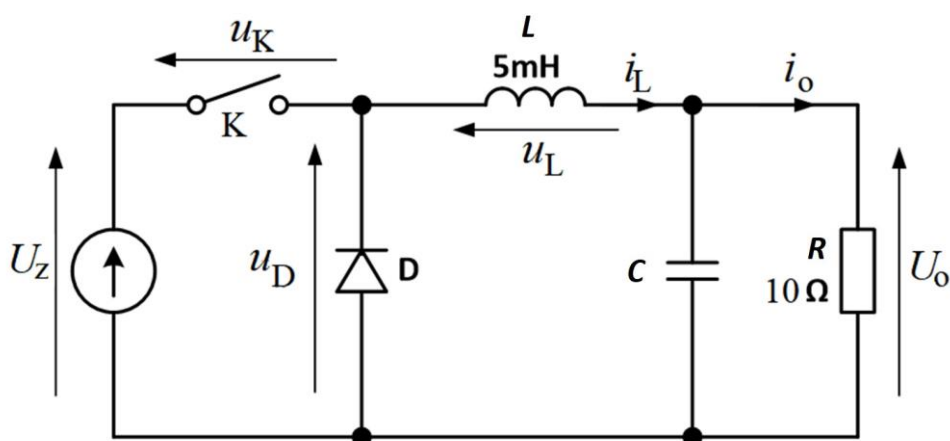
$$S' = U * I'$$

gdzie:  $I'$  – prąd dwójnika równoległego po dokonaniu kompensacji mocy biernej.  
Zatem wskazanie amperomierza po dokonaniu kompensacji wynosi:

$$A' \rightarrow I' = \frac{S'}{U} = \frac{P}{U} = \frac{3600}{230} = 15,65A$$

#### Zadanie 4

Dana jest przetwornica DC/DC obniżająca napięcie typu buck przedstawiona na rysunku 4.



Rys.4

Napięcie zasilania  $U_Z = 100 \text{ V}$ . Łącznik („klucz”) K to tranzystor bipolarny, MOSFET albo IGBT. Jest on sterowany sygnałem prostokątnym o częstotliwości  $f = 1 \text{ kHz}$  i wypełnieniu  $D$  ( $0 \leq D \leq 1$ ) określającym stosunek czasu załączenia łącznika K do okresu  $T$  załączania (tj. sumy czasów załączenia i wyłączenia) łącznika.

Założyć, że:

1. źródło napięcia zasilania ma zerową rezystancję wewnętrzną,
2. elementy półprzewodnikowe (łącznik K i dioda D) mają zerową rezystancję w stanie przewodzenia, nieskończoną rezystancję w stanie zaporowym lub wyłączenia oraz zerowe czasy przełączania,
3. pojemność kondensatora  $C$  jest na tyle duża, że napięcie  $U_O$  można uznać za stałe (brak tętnień),
4. pozostałe elementy ( $L$ ,  $C$  i  $R$ ) są idealne,
5. współczynnik wypełnienia  $D = 0,7$ , a prąd cewki  $L$  jest ciągły.

Obliczyć:

1. wartość średnią  $U_{DAV}$  oraz skuteczną  $U_{DRMS}$  napięcia na diodzie D,
2. napięcie  $U_O$  na zaciskach odbiornika R oraz wartość średnią prądu odbiornika  $I_O$ ,
3. wartość średnią  $I_{LAV}$ , minimalną  $I_{Lmin}$  oraz maksymalną  $I_{Lmax}$  prądu cewki L.

#### Rozwiązanie zadania 4

Przebiegi czasowe prądów i napięć w układzie z rysunku 4 przedstawione są na rysunku 4.1. Dla ciągłego prądu cewki  $L$  wyróżnić można dwa przedziały czasowe. W pierwszym przedziale prąd płynie przez łącznik K, cewkę  $L$  oraz równolegle połączony kondensator  $C$  i opornik  $R$ . W drugim



przedziale czasowym prąd płynie przez diodę  $D$ , cewkę  $L$  oraz równolegle połączony kondensator  $C$  i opornik  $R$ . Czas pierwszego przedziału wynosi  $DT$ , a czas drugiego przedziału  $(1-D)T$ . Średni prąd kondensatora równy jest zeru.

W przedziale pierwszym napięcia na łączniku  $K$  i diodzie  $D$  wynoszą  $u_K = 0$ ,  $u_D = U_z$ . Natomiast w przedziale drugim  $u_K = U_z$ ,  $u_D = 0$ . Napięcie na zaciskach cewki w przedziale pierwszym wynosi, więc  $u_L = U_z - U_o$ , a w przedziale drugim  $u_L = -U_o$ .

Wartość średnią przebiegu okresowego wyznacza się z zależności 4.1:

$$U_{AV} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \quad (4.1)$$

Jest ona równa polu zawartemu między przebiegiem  $u(t)$  a osią  $t$  w czasie jednego okresu  $T$ , podzielonym przez czas tego okresu. Na podstawie rysunku 4.1. i zależności (4.1) wartość średnia napięcia na diodzie  $D$  wynosi:

$$U_{DAV} = \frac{1}{T} \int_0^T u_D(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT} U_z dt = \frac{U_z(DT)}{T} = U_z D = 100 * 0,7 = 70 \text{ V} \quad (4.2)$$

Ponieważ średnia wartość napięcia na zaciskach idealnej cewki równa jest zeru, to średnia wartość napięcia na zaciskach odbiornika  $U_o$  równa jest  $U_{DAV}$ .

$$U_o = U_{DAV} = 70 \text{ V} \quad (4.3)$$

Prąd obciążenia rezystancyjnego wynosi:

$$U_o/R = 70 \text{ V} / 10 \Omega = 7 \text{ A} \quad (4.4)$$

Wartość skuteczną przebiegu okresowego wyznacza się z zależności 4.5:

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \quad (4.5)$$

Wartość skuteczna jest równa pierwiastkowi kwadratowemu z pola zawartego między przebiegiem  $u^2(t)$  a osią  $t$  w czasie jednego okresu  $T$  podzielonego przez czas tego okresu. Na podstawie rysunku 4.1 i zależności (4.5) wartość skuteczna napięcia na diodzie  $D$  wynosi:

$$U_{DRMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_D^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{DT} U_z^2 dt} = \sqrt{\frac{DT}{T} U_z^2} = U_z \sqrt{D} = 100 \sqrt{0,7} = 83,67 \text{ V} \quad (4.6)$$

W każdej idealnej cewce o indukcyjności  $L$  zachodzi zależność (4.7).

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau + i(t_0) \quad (4.7)$$

Gdy prąd cewki  $L$  jest ciągły, a napięcie na kondensatorze  $C$  jest stałe (nie zmienia swojej wartości), przebiegi napięcia i prądu tej cewki przedstawia rysunek poniżej.

W pierwszym przedziale czasu ( $0 \leq t \leq D \cdot T$ ), kiedy łącznik jest załączony, prąd w cewce  $L$  zmienia się zgodnie z równaniem (4.8a).

$$i_{1L}(t) = \frac{U_z - U_o}{L} \cdot t + I_{Lmin} \quad (4.8a)$$

W drugim przedziale czasu ( $D \cdot T \leq t \leq T$ ), kiedy łącznik jest wyłączony, prąd w cewce  $L$  opisuje równanie (4.8b), przy założeniu, że czas jest liczony od chwili  $D \cdot T$ .

$$i_{2L}(t) = \frac{-U_o}{L} \cdot t + I_{Lmax} \quad (4.8b)$$

Na początkach i końcach przedziałów czasu, w których obowiązują równania (4.8a) i (4.8b) muszą być spełnione następujące zależności (4.9a, 4.9b).

$$i_{1L}(D \cdot T) = I_{Lmax} \quad (4.9a)$$

$$i_{2L}((1 - D) \cdot T) = I_{Lmin} \quad (4.9b)$$



Na podstawie równań (4.8a, 4.8b) i (4.9a, 4.9b) można zapisać, że

$$I_{L\max} = \frac{U_Z - U_o}{L} \cdot D \cdot T + I_{L\min} \quad (4.10a)$$

$$I_{L\min} = \frac{-U_o}{L} \cdot (1 - D) \cdot T + I_{L\max} \quad (4.10b)$$

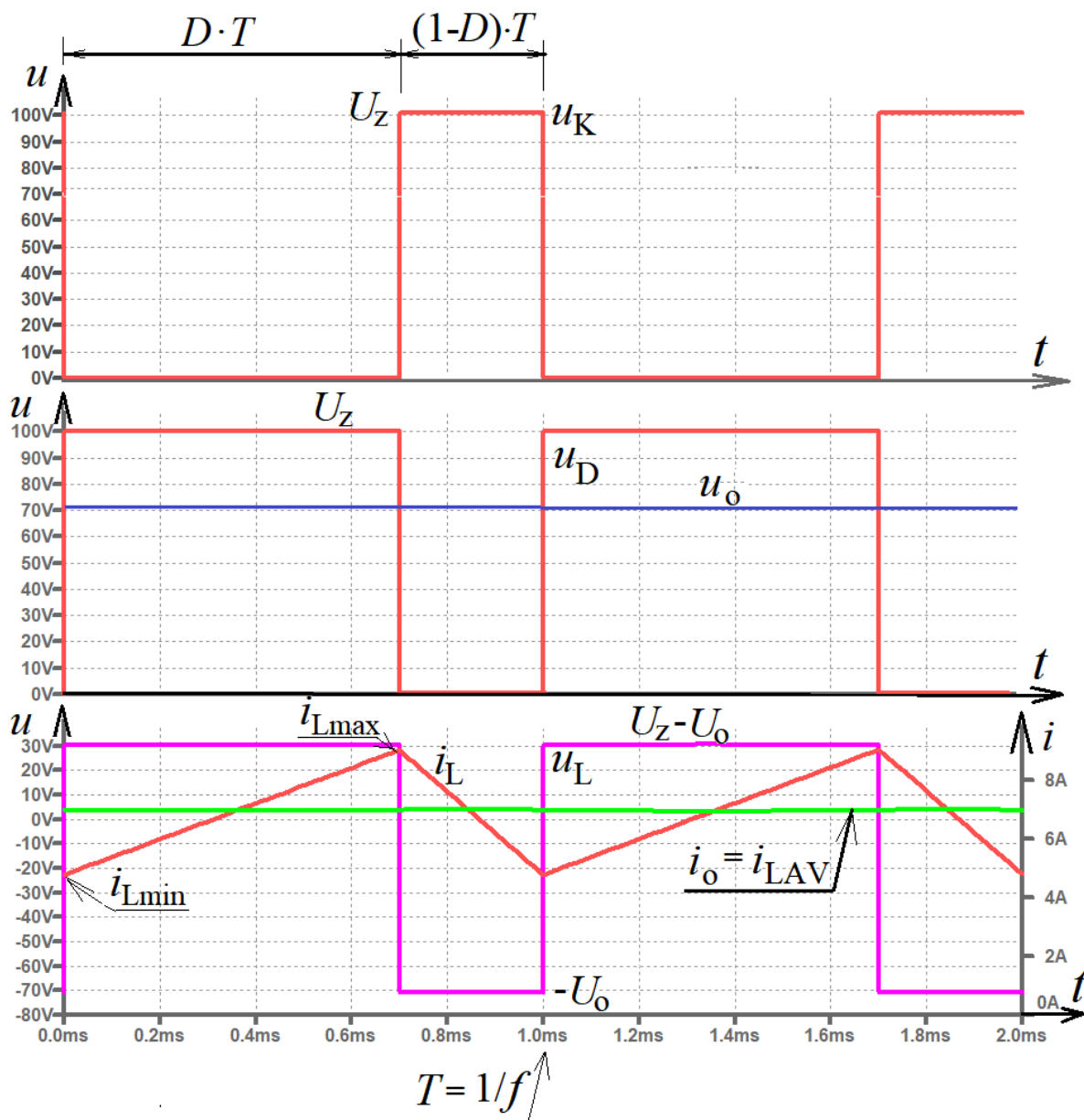
Przy założeniach jak w zadaniu, wartość średnia prądu  $i_L$  w cewce  $L$  musi być równa wartości średniej prądu  $I_o$  w obciążeniu, co opisuje następująca równość

$$\frac{1}{2}(I_{L\max} + I_{L\min}) = \frac{U_o}{R} = \frac{DU_Z}{R} = 7 \text{ A} \quad (4.11)$$

Podstawiając zależności (4.10a) i (4.10b) do równania (4.11) otrzymać można zależności (4.12a) i (4.12b) opisujące minimalną i maksymalną wartość prądu w indukcyjności.

$$I_{L\min} = \frac{DU_Z}{R} - \frac{D(1-D)U_Z}{2L} T = 7 - 2,1 = 4,9 \text{ A} \quad (4.12a)$$

$$I_{L\max} = \frac{DU_Z}{R} + \frac{D(1-D)U_Z}{2L} T = 7 + 2,1 = 9,1 \text{ A} \quad (4.12b)$$

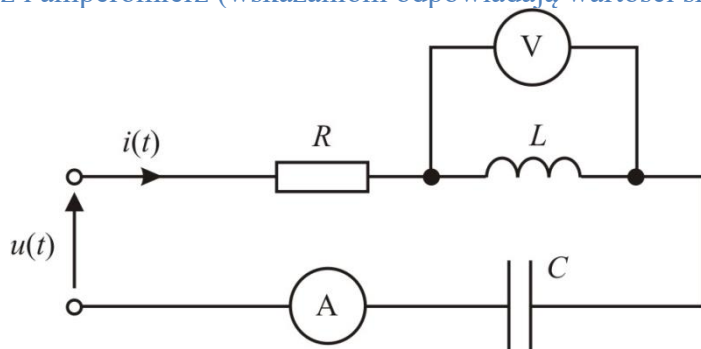


Rys. 4.1

### Zadanie 5

Dany jest dwójnik pasywny (jak na rysunku 5), który tworzą 3 połączone elementy idealne  $R$ ,  $L$ ,  $C$ . Dana jest wartość rezystancji  $R = 1 \text{ k}\Omega$  oraz napięcie dwójnika, które wyraża zależność:  $u(t) = 12 \sin(2\pi f t) \text{ V}$ .

Należy dobrać indukcyjność  $L$  oraz pojemność  $C$  tak, aby w dwójniku wystąpił rezonans przy częstotliwości (rezonansowej) równej  $f = f_r = 3183,1 \text{ Hz}$ , oraz aby dobroć układu rezonansowego wynosiła  $0,2$ . Ile wówczas (w stanie rezonansu, przy zadanych warunkach) wskażą przyrządy idealne, woltomierz i amperomierz (wskazaniom odpowiadają wartości skuteczne).



Rys. 5.

### Rozwiązanie zadania 5

Dobroć układu rezonansowego w warunkach rezonansu (oznaczona jako  $Q$ ) może zostać powiązana ze stosunkiem reaktancji jednego z elementów reaktancyjnych do rezystancji, zatem:

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi f_r L}{R}$$

stąd:

$$L = \frac{Q \cdot R}{2\pi f_r} = \frac{0,2 \cdot 1000}{2\pi \cdot 3183,1} = 10 \text{ mH}$$

Częstotliwość rezonansowa powiązana jest z parametrami elementów reaktancyjnych zależnością:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

i na tej podstawie wyznaczana jest pojemność:

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 L} = 0,25 \text{ }\mu\text{F}$$

Uwaga. Pojemność można także wyznaczyć korzystając z faktu, że w stanie rezonansu obie reaktancje są równe. Reaktancja pojemnościowa jest więc równa indukcyjnej i wynoszą:

$$X_L = X_C = 2\pi f_r L = 200 \text{ }\Omega$$

Ponieważ reaktancja pojemnościowa wynosi:  $X_C = \frac{1}{2\pi f_r C}$ , to:

$$C = \frac{1}{2\pi f_r X_C} = 0,25 \text{ }\mu\text{F}$$

W stanie rezonansu, impedancja zespolona dwójnika pasywnego jest równa rezystancji występującej w połączeniu szeregowym elementów, stąd wskazanie amperomierza i wartość skuteczna prądu obliczane są następująco:

$$A \rightarrow I_{SK} = \frac{U_{SK}}{R} = \frac{\frac{12}{\sqrt{2}}}{1000} = 8,5 \text{ mA}$$

Wskazanie woltomierza – równe wartości skutecznej napięcia na elemencie  $L$ , może zostać obliczone jako iloczyn reaktancji indukcyjnej i wartości skutecznej prądu dwójnika:

$$V \rightarrow U_{Lsk} = X_L * I_{SK} = 200 * 0,0085 = 1,7 \text{ V}$$

lub jako iloczyn dobroci układu i wartości skutecznej napięcia dwójnika:

$$V \rightarrow U_{Lsk} = Q * U_{SK} = 0,2 * \frac{12}{\sqrt{2}} = 1,7 \text{ V}$$

<b>Opracowali:</b> dr inż. Paweł Dybowski dr inż. Zbigniew Mikoś dr inż. Przemysław Syrek	<b>Sprawdził:</b> dr inż. Zbigniew Kłosowski	<b>Zatwierdzili:</b> Przewodniczący Rady Naukowej Olimpiady dr hab. inż. Jan Mućko, prof. PBŚ Przewodniczący Komitetu Głównego Olimpiady dr hab. inż. Tomasz Talaśka, prof. PBŚ
--	---	---